Chapitre 10

Les représentations symboliques élémentaires

De nombreux symboles et de nombreux termes ont été introduits dans les chapitres précédents sans que nous ne fassions beaucoup de révision ou d'exercices écrits. Les apprentissages mathématiques comportent toujours deux volets : le premier est la découverte d'invariants (ou de propriétés) et le second est leur expression au moyen de symboles oraux et écrits.

Lorsque l'élève comprend qu'en étirant une ligne de jetons, il n'en obtient pas davantage, lorsqu'il comprend que même s'il tourne un carré, celui-ci conserve ses propriétés ou lorsqu'il perçoit que le nombre 9 peut-être construit sous la forme d'un carré, il découvre des invariants. Ce type d'apprentissage mathématique est le plus fondamental et correspond au degré de développement de l'être humain. Si des difficultés persistantes existent à ce sujet, leur solution n'est pas toujours de nature pédagogique. En effet, certaines lésions cérébrales peuvent nuire au développement neurologique et empêcher un individu de découvrir les invariants mathématiques. Heureusement, très peu de personnes souffrent de tels problèmes.

C'est le second volet, l'apprentissage des symboles et du vocabulaire mathématique, qui cause le plus de problèmes. Heureusement, ces difficultés peuvent être facilement enrayées ou même évitées. Contrairement à la découverte d'invariants où il existe une séquence assez rigide, en ce qui concerne l'apprentissage des symboles, l'ordre d'introduction de ceux-ci peut varier énormément. Vous avez d'ailleurs déjà constaté que le symbole qui représente la racine carrée ne cause pas de réelles difficultés aux élèves de six ans.

En ce qui concerne les invariants, la révision s'avère inutile. Il semble y avoir deux raisons. D'abord, la découverte d'un invariant entraîne chez l'élève une modification de sa façon de penser et de travailler ; ensuite, les invariants se construisent souvent les uns sur les autres, un nouvel invariant englobant l'ancien et poussant plus loin la découverte. Pensez que vers l'âge de cinq ou de six ans, vous avez découvert qu'il y a la même quantité de liquide dans une bouteille bien fermée lorsqu'elle est debout et lorsqu'elle est couchée. Quand avez-vous senti le besoin de réviser cette découverte ? En fait, ce n'est pas cette découverte que vous avez oubliée, mais bien votre façon de penser avant cette découverte.

D'autre part, contrairement aux invariants, la terminologie, la symbolisation, ce qui inclut les techniques de calcul et l'ensemble des procédures écrites ou concrètes, peuvent être oubliées. Vous souvenez-vous comment mesurer un angle, comment extraire la racine carrée d'un grand nombre ou ce que représente log 2,3589 ?

Voilà des apprentissages qui s'oublient. La majorité d'entre eux seront d'ailleurs peu utiles à chacun d'entre nous. Tel n'est pas le cas cependant des invariants qui forgent notre pensée et notre compréhension de notre environnement.

En conséquence, le présent chapitre a pour but de réviser les symboles fondamentaux en arithmétique. Il est tout à fait normal que ceux-ci ne soient pas encore acquis complètement. Certains élèves peuvent, par exemple, encore inverser quelques chiffres ou avoir oublié le sens du symbole de division.

Dans ce chapitre, vous aurez donc l’occasion de réactiver ces apprentissages symboliques. Chaque fois qu’il y a une hésitation, une difficulté, rappelez les activités pertinentes des chapitres précédents. Permettez en tout temps l’utilisation du matériel. N’oubliez pas que c’est le matériel qui conduit à la découverte d’invariants et non les symboles. De plus, c’est le matériel qui permet la construction d’images mentales de références qui constituent les outils les plus puissants en mathématiques.

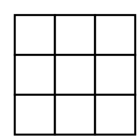
Les activités de ce chapitre se présentent donc sous la forme de jeux semblables à Logix ou à Mystéro. Chaque fois, l’élève devra situer les chiffres de 1 à 9 dans une grille en respectant l’ensemble des indices du problème. Vous identifierez facilement, dans ces fiches, les chapitres précédents qui leur correspondent. Aussi, si l’élève est en difficulté, il vous sera facile de retourner au chapitre approprié. Dans ce cas, laissez les activités du présent chapitre de côté pour deux périodes de mathématiques et utilisez ces deux périodes pour reprendre des activités semblables à celles du chapitre à revoir. Pendant ces activités, assurez-vous d’abord que l’élève perçoive bien les invariants qui sont développés avant l’apparition des symboles. Par la suite, rappelez progressivement les symboles qui représentent ces invariants. Soyez attentif, c’est probablement dans cette seconde phase que se situe le problème.

Profil

<u>Efficacité</u> : Les activités de ce chapitre permettent surtout de réviser la symbolisation et la terminologie. Assurez-vous donc que l’élève connaît bien les divers symboles étudiés jusqu’à maintenant. Pour ceux qui causent problèmes, prenez-en note et prenez régulièrement quelques minutes pour les revoir avec l’élève. Vous pouvez faire des affiches, qui les rappellent, en notant les symboles accompagnés de dessins qui en montrent le sens.

<u>Matériel</u>

- Une grille de 9 cases. Chaque case mesurant environ 5 ou 6 centimètres de côté.



- Un ensemble de 9 carrés de carton fort sur lesquels vous tracerez, au recto comme verso, les chiffres de 1 à 9, en inscrivant un seul chiffre, le même, au verso et au recto du même carré de carton. Laissez un espace entre le côté gauche du carton et le chiffre qui y figure car, vers la fin de ce chapitre, vous devrez y inscrire un tiret pour indiquer un nombre négatif (-4). Les côtés de chaque carré mesureront un centimètre de moins que les cases de la grille.

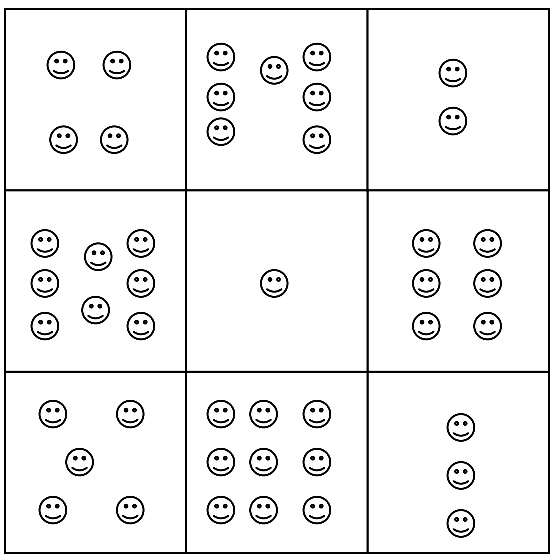
- Des jetons, des cubes, des bâtonnets que l’élève utilisera au besoin pour résoudre les problèmes.

Problème 1

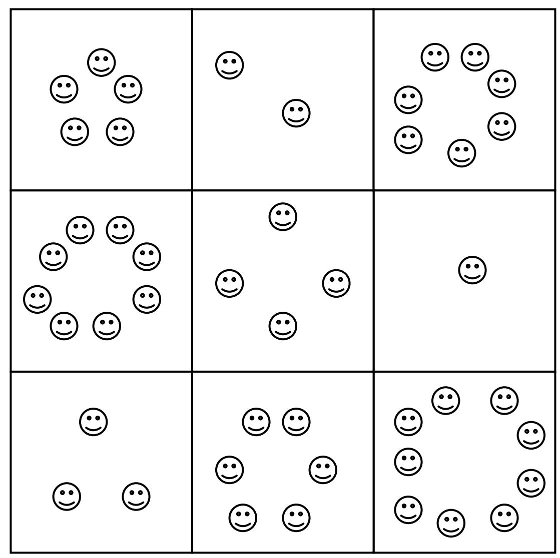
Les premières énigmes exigent le dénombrement de figures placées de façons diverses. Observez comment l'élève procède. S'il ne compte pas toutes les figures ou s'il en compte une plus d'une fois, il risque de ne pas pouvoir placer ses neuf cartons.

Soyez attentif cependant car certains élèves regardent les nombres qui ne sont pas encore placés et font en sorte que leur dénombrement s'arrête sur un de ces nombres. Dans ce cas cachez les nombres qui n'ont pas encore été placés. Certes ils peuvent toujours considérer ceux qui sont déjà sur la grille, mais c'est plus long et cela devrait les inciter à dénombrer plus attentivement.

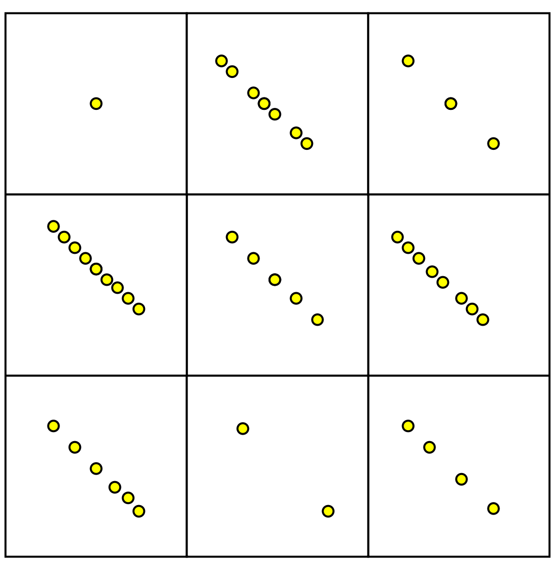
a)



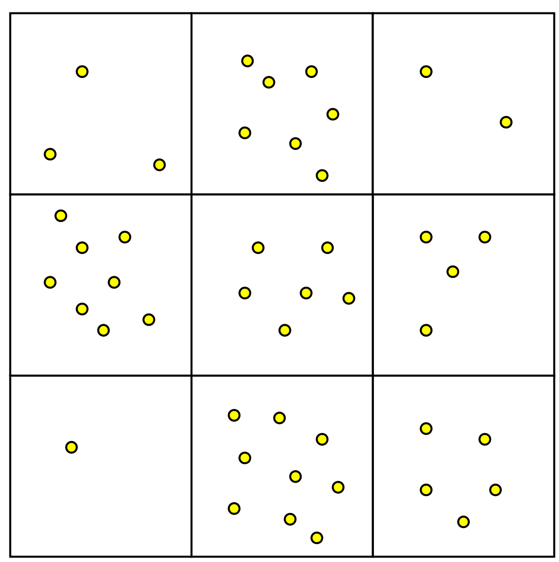
b)



c)



d)



Problème 2

Cette fois l'élève doit reconnaître des suites et identifier le nombre qui se cache sous la lettre. Remarquez que la lettre change d'une case à l'autre puisque chaque lettre n'a, dans cet exercice, qu'une seule valeur possible. Lorsqu'il n'y a pas de lettre, mais des pointillées, mentionnez à l'élève que cela signifie la même chose : les pointillées montre qu'il manque un chiffre.

a)

1, 2,3, a	**9, 8, 7, b**	**3, 4, c**
3, 2, d	**9, 8, e**	**0, 1, f**
6, 7, g	**0, 1, 2, h**	**6, 7, 8, i**

b)

6, 5, 4, …	**4, 5, 6, …**	**6, 5, …**
2, 3, 4, …	**6, 7, …**	**5, 4, 3, …**
3, 2, …	**6, 7, 8, …**	**4, 5, …**

c)

7, 6, a, 4	**5, 6, b, 8**	**4, c, 2**
7, d, 5	**e, 2, 3**	**f, 8, 7**
2, 3, g, 5	**7, h, 9**	**1, i, 3, 4**

d)

…, 4, 5	**3, 2, …**	**7, 8, …**
3, …, 5	**7, …, 5**	**3, …, 1**
9, …, 7	**4, …, 6**	**…, 8, 9**

<u>Note</u> : Les deux derniers problèmes (e et f) sont certes plus difficiles. Si l'élève n'y parvient pas, écrivez une suite de nombres comme suit :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Dans un premier temps, l'élève dispose des jetons sur les nombres identifiés par exemple sur le 2, le 4 et le 8 (problème (e) première case : 2, 4, a, 8). Par la suite, demandez-lui de poser un autre jeton sur un des chiffres situés entre le 4 et le 8, sans spécifier sur quel chiffre. Demandez-lui ensuite d'observer sa ligne. Dites-lui que les jetons représentent les traces laissées par une personne qui marche sur un sentier. Est-ce que ses pas étaient de même longueur ? Où faut-il placer le quatrième jeton pour que les pas soient de même longueur ? Voilà le nombre caché sous la lettre « a ».

Si l'élève a encore des difficultés, posez des cartons avec des chiffres sur le plancher et faites-le marcher à côté des cartons. Espacez les chiffres d'environ 30 centimètres l'un de l'autre. L'élève pourra mieux « sentir » la différence entre le passage de 1 à 2 et celui de 1 à 3 ou de 1 à 4 en un seul pas.

e)

2, 4, a, 8	**0, 3, 6, b**	**1, c, 5, 7**
9, 8, d, 6	**7, 5, 3, e**	**2, f, 6, 8**
8, 6, 4, g	**9, 7, h, 3**	**6, 7, i, 9**

f)

7, 5, 3, …	**2, 4, 6, …**	**1, 3, …, 7**
9, …, 5, 3	**…, 4, 6, 8**	**3, 5, 7, …**
5, …, 3, 2	**8, …, 4, 2**	**9, 7, 5, …**

<u>Problème 3</u>

Cette fois, ce sont les signes identifiant la relation d'ordre que nous allons réviser.

a)

$a > 8$	$b = 2$	$7 < c < 9$
$d < 2$	$7 > e > 5$	$2 < f < 4$
$6 > g > 4$	$3 < h < 5$	$6 < i < 8$

b)

$3 > a > 1$	$4 < b < 6$	$c < 2$
$d = 6$	$9 > e > 7$	$2 < f < 4$
$g > 7$	$5 > h > 3$	$i > 3$

Note : Un peu plus difficile maintenant mais l’élève doit trouver les nombres ligne par ligne, de gauche à droite.

c)

$a = 3$	$6 < b < 8$	$1 < c < 4$
$d < 3$	$6 > e > 4$	$9 = f$
$4 < g < 8$	$h < 6$	$i > 1$

d)

$2 > a$	$7 < b < 9$	$c = 4$
$6 = d$	$e < 3$	$9 > f > 5$
$g > 5$	$h < 5$	$i = 5$

e)

$6 < a < 8$	$3 = b$	$2 < c < 5$
$d < 2$	$5 > e$	$f = 6$
$8 < g$	$h < 7$	$i > 3$

f)

$a = 8$	$2 > b$	$2 < c < 4$
$d > 7$	$6 = e$	$2 < f < 5$
$g < 4$	$h > 5$	$9 > i$

Note : Dorénavant, les cases ne sont pas ordonnées. L'élève devra trouver dans quelle case il peut situer son premier nombre, puis le second… Il existe toujours au moins un choix qui est certain.

g)

$2 < a < 6$	$6 > b$	$c = 5$
$5 > d > 1$	$e < 7$	$7 < f < 9$
$g > 7$	$3 = h$	$i < 9$

h)

$1 < a < 5$	$b > 2$	$5 > c$
$8 > d > 6$	$e = 2$	$f < 7$
$5 < g < 8$	$8 < h$	$4 = i$

i)

$2 > a$	**$b > 1$**	**$c = 5$**
$d > 4$	**$3 < e$**	**$3 > f$**
$g > 8$	**$h > 6$**	**$6 < i < 8$**

j)

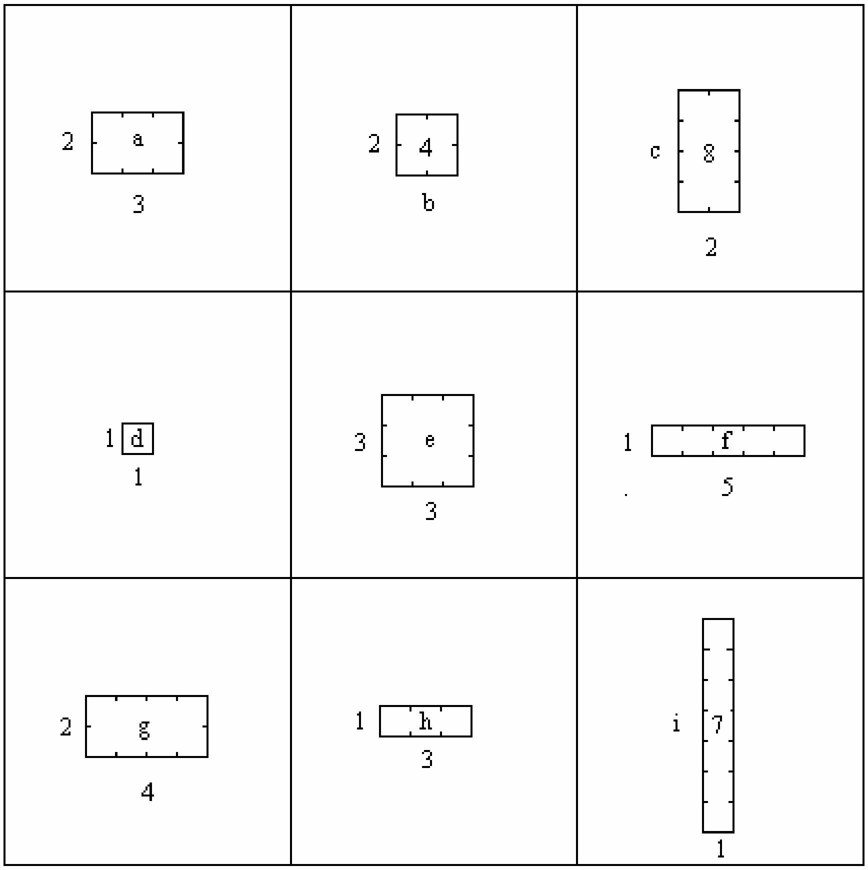
$6 > a > 2$	**$b < 8$**	**$c < 6$**
$d = 5$	**$e > 3$**	**$6 < f < 9$**
$2 = g$	**$9 > h > 7$**	**$2 < i < 4$**

Problème 4

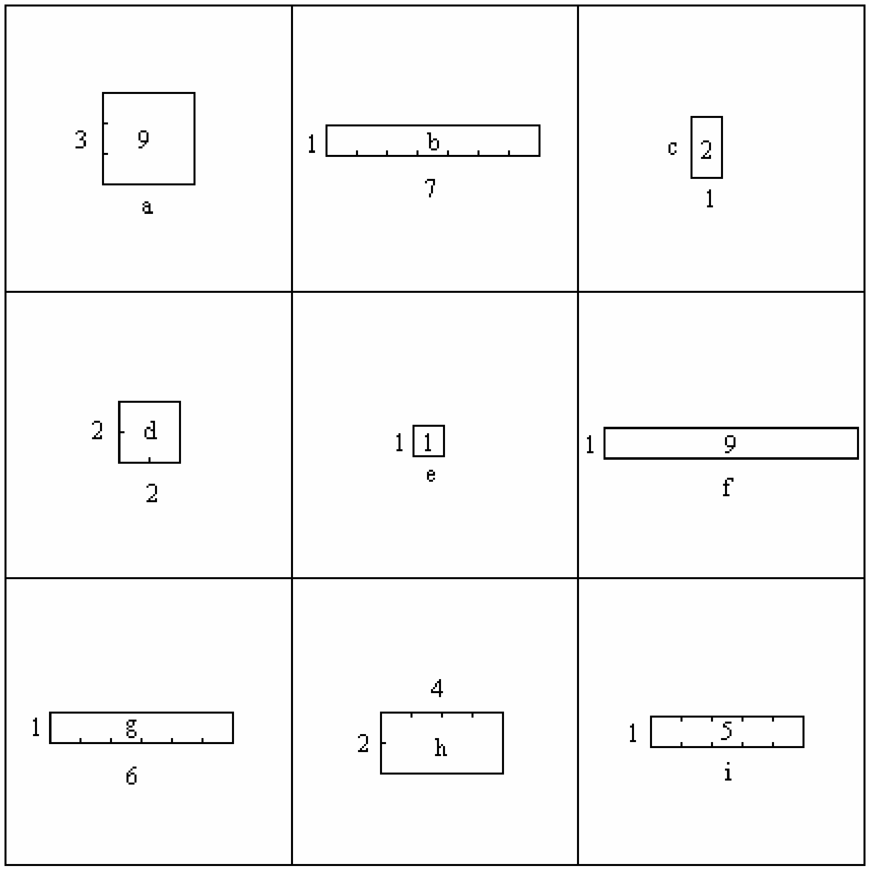
Ici nous allons réviser la symbolisation de la fonction multiplicative.

Note : Mentionnez à l'élève que le nombre situé à l'intérieur du rectangle indique le nombre de cubes à placer pour former le rectangle et que les nombres situés autour du rectangle montre la longueur de ses côtés. Enfin, ce n'est pas la mémorisation des tables qui est visée ici, mais la capacité à associer le rectangle au symbolisme.

a)



b)



c)

3 x 3	**1 x 5**	**2 x 1**
2 x 2	**3 x 2**	**1 x 3**
1 x 1	**4 x 2**	**7 x 1**

d)

8/1	**1/1**	**9/1**
6/2	**6/1**	**8/4**
7/1	**8/2**	**5/1**

e)

9 ÷ 3	**4 ÷ 2**	**6 ÷ 1**
9 ÷ 1	**5 ÷ 1**	**8 ÷ 2**
3 ÷ 3	**8 ÷ 1**	**7 ÷ 1**

f)

√ 4	**7 x 1**	**√ 1**
2 x 4	**√ 9**	**3 x 3**
1 x 5	**2 x 3**	**8 ÷ 2**

g)

4 x 2	**3 x 1**	**1 x 5**
6 ÷ 1	**√ 4**	**5/5**
8 ÷ 2	**1 x 9**	**7/1**

h)

1 x 7	**√ 1**	**2 x 2**
5 ÷ 1	**√ 4**	**1 x 9**
6 ÷ 2	**8 x 1**	**3 x 2**

<u>Problème 5</u>

Vous avez écrit les nombres de 1 à 9 sur vos carrés de carton. Vous allez maintenant ajouter le symbole « - » d'un côté de chaque carton. Ainsi, d'un côté vous avez par exemple « -5 » et de l'autre « 5 ». Dans les grilles qui suivent, nous allons réviser l'addition et la soustraction. Mentionnez à l'élève que le symbole « + » n'est pas obligatoire s'il est situé au début. Ainsi, dites-lui que « +5 » c'est la même chose que « 5 ». De plus « +5 – 4 » est la même chose que « 5 – 4 ».

De cette façon, chaque carton sera utilisable, que le nombre cherché soit positif ou négatif, il suffira de le placer d'un côté ou de l'autre sur la grille.

a)

+9 –1	**+1 +2**	**-7 +2**
-3 +1	**+6 – 2**	**-4 –5**
-7 +8	**+2 +5**	**7 – 1**

b)

8 – 1	**3 + 6**	**-2 +1**
+3 +1	**-6 –2**	**-9 +4**
+6 –4	**-3 –3**	**-4 +1**

c)

9 – 7	**+6 –5**	**-8 +3**
-4 –3	**-9 +6**	**-9 +0**
7 – 3	**+5 +3**	**+2 +4**

d)

+6 –5	**0 –8**	**+4 –1**
-9 +4	**-1 –1**	**+4 +3**
-4 +8	**8 – 2**	**1 + 8**

e)

-7 +5	2 + 7	-6 +3
1 – 5	0 – 1	1 – 9
-1 +7	3 + 2	9 – 2

f)

2 + 1	0 –6	4 + 1
-3 -1	3 + 3 + 3	1 + 1
-4 –4	3 + 4	+1 – 0

g)

6 – 1	+3 +5	-2 –4
-2 +4	-8 -1	+4 –3
-9 +5	-2 –5	1 + 2

h)

-7 +1	5 – 3	+8 –1
-6 +7	2 – 7	-9 +6
-2 –7	8 – 4	7 + 1