Chapitre 11

Groupements variés

Lorsque le nombre d'éléments d'un ensemble est relativement grand, il convient d'ordonner ces éléments afin de les dénombrer sans difficultés. Dans ce chapitre, l'élève répartira donc des éléments en divers groupes tout en respectant diverses consignes. Ce chapitre prépare l'élève à la numération positionnelle qui est une représentation symbolique très évoluée. Ce système ne sera cependant pas abordé avant quelques chapitres.

De plus, les activités de ce chapitre initient l'élève à la symbolisation de l'égalité et à la représentation d'équations dans le plan cartésien. Ces représentations permettent non seulement de vérifier les calculs, mais elles illustrent comment deux nombres peuvent varier tout en donnant une somme constante.

Les problèmes qui suivent ne sont pas accompagnés de contextes quotidiens afin d'alléger le texte. Cependant, vous devriez les introduire avec de tels contextes que vous varierez le plus possible. Ainsi, dans ce chapitre, l'élève doit répartir des quantités selon certaines contraintes et, par la suite, symboliser ces répartitions sous des formes telles $x + y = 5$ ou $3x = 6$ ou $3x + 2y = 8$.

En contexte, ces problèmes peuvent être présentés comme suit :

1. J'ai rencontré 5 personnes au marché. Combien ai-je rencontré de filles et combien de garçons ?

   (Donc $x + y = 5$ et comme possibilités : $0 + 5 = 5$; $1 + 4 = 5$; $2 + 3 = 5$; $3 + 2 = 5$; $4 + 1 = 5$ et $5 + 0 = 5$).

2. J'ai placé 6 vases dans 3 boîtes. Toutes les boîtes contiennent le même nombre de vases. Montre ce qu'il y a dans chaque boîte.

   ($3x = 6$ et $x = 2$)

3. J'ai acheté 8 fruits et je veux les placer dans 2 sacs bruns et dans 3 sacs transparents. Mais, il doit y avoir le même nombre de fruits dans les sacs identiques. Trouve toutes les façons.

   ($2x + 3y = 8$, donc si $x = 1$, $y = 2$; si $x = 4$, $y = 0$)

<u>Matériel</u>

- 12 cartons x et 12 cartons y (Prenez des carrés de carton d'environ 10 cm de côté. Si possible, les cartons x seront d'une couleur et les cartons y, d'une autre couleur. Mais, tous les cartons peuvent être de la même couleur et, dans ce cas, vous noterez en script des x aux quatre coins des cartons x et des y aux quatre coins des cartons y, comme sur les cartes à jouer.)

- Environ 30 jetons.

Problème 1

Remettez un carton x et un carton y à l'élève ainsi que 6 jetons. Demandez-lui de répartir ses 6 jetons sur les deux cartons.

Après chaque répartition, notez-la sous la forme suivante : x = 4 y = 2 . Trouvez toutes les possibilités. Il y en a sept. . Tracez le x de type script pour noter x = 4 afin de le distinguer du symbole de la multiplication.)

Notes : 1. Il est normal que l'élève ne pense pas à x = 0 et y = 6 ainsi qu'à x = 6 et y = 0. Laissez-le chercher avant de lui suggérer qu'un carré peut n'être recouvert d'aucun jeton, c'est comme une boîte vide.

Bien qu'il faille résister à donner de tels indices aux élèves, ici ce n'est pas grave puisque, si l'élève n'a pas proposé la solution 0, 6, c'est habituellement parce qu'il croit qu'il doit placer au moins un jeton par carton. L'intervention ne sert donc qu'à préciser le problème.

2. La solution x = 3 et y = 3 est valable car x peut être égal à y.

Problème 2

Note : Ce problème peut être difficile car les consignes sont complexes. Servez-vous en donc surtout pour permettre à l'élève de bien comprendre ces consignes. Le problème suivant lui permettra de devenir plus habile.

Remettez tous les cartons x à l'élève ainsi que 6 jetons.

Faites-lui remarquer que tous les cartons sont des cartons x, ce qui l'oblige à placer le même nombre de jetons sur chaque carton. Demandez-lui de prendre les 6 jetons et un nombre de cartons x de son choix. Ensuite, il doit répartir également ses 6 jetons sur les cartons choisis. Laissez-le découvrir toutes les solutions en lui disant qu'il y en a quatre qui sont différentes.

Notez chaque solution comme suit :

x = 1 donc 6x = 6
x = 2 donc 3x = 6
x = 3 donc 2x = 6
x = 6 donc x = 6

Mentionnez que x = 1x, qu'on n'écrit pas le 1, c'est plus simple.

Problème 3

Comme au problème 2. N'oubliez pas de noter chaque solution. Alternez les cartons x et les cartons y.

a) Avec les cartons y, répartir également 8 jetons (4 solutions).
b) Avec les cartons x, répartir également 9 jetons (3 solutions).
c) Avec les cartons y, répartir également 5 jetons (2 solutions).
d) Avec les cartons x, répartir également 10 jetons (4 solutions).
e) Avec les cartons y, répartir également 12 jetons (6 solutions).
f) Avec les cartons x, répartir également 11 jetons (2 solutions).

Problème 4

Cette fois, vous notez une solution et l'élève doit la construire avec son matériel et la compléter par la suite.

a) x = 4, donc 2x = … (L'élève note 8 pour compléter l'équation.)

Solution : Il fait donc 2 paquets de 4 jetons, un sur chacun des 2 cartons x qu'il doit prendre.

b) y = 1, donc 5y = …
c) x = 0, donc 4x = …
d) y = 2, donc 3y = …
e) x = 4, donc 2x = …
f) y = 3, donc 3y = …
g) x = 8, donc 0x = …

Problème 5

Prenez 2 cartons x et un carton y. Remettez 5 jetons à l'élève. Demandez-lui de placer les 5 jetons sur les cartons x et y mais en s'assurant qu'il y a le même nombre de jetons sur les deux cartons x.

Invitez-le à trouver toutes les solutions et notez-les dans un tableau tel le suivant :

2x + y = 5

x	0	1	2
y	5	3	1

Expliquer à l'élève ce que le tableau signifie : On a pris 2 cartons x et 1 carton y et ces cartons sont recouverts par 5 jetons. Voilà pourquoi on écrit 2x + y = 5. Dans le tableau, on note nos découvertes pour ne rien oublier. Ainsi, lorsque x = 0 alors y = 5 ; lorsque x = 1, y = 3 ; et lorsque x = 2, y = 1.

Donc,

x	0	1	2
y	5	3	1

Les solutions ne seront probablement pas trouvées dans l'ordre ci-haut. Notez-les d'abord dans l'ordre de leur découverte et demandez à l'élève de les ordonner pas la suite.

Cachez alors la série y et demandez-lui ce qu'il remarque avec la série des x. (C'est une suite 0, 1, 2.)
Cachez les x et demandez-lui d'observer les y. Que remarque-t-il ?

Note : Ne vous inquiétez pas si l'élève lit la série y de droite à gauche, donc dans un ordre croissant. Pour l'instant, nous cherchons à lui faire remarquer qu'un ordre existe.

Le problème 6 devrait lui permettre de devenir de plus en plus habile. Si une solution est oubliée, l'observation de ces suites peut aider à trouver la solution qui n'a pas été découverte.

Problème 6

Comme au problème 5.

a) 3x et 1 y avec 9 jetons (3x + y = 9 ; 4 solutions)
b) 1x et 2 y avec 8 jetons (x + 2y = 8 ; 5 solutions)
c) 2x et 2y avec 6 jetons (2x +2y = 6 ; 4 solutions)
d) 2x et 3y avec 9 jetons (2x + 3y = 9 ; 2 solutions)
e) 4x et 1 y avec 9 jetons (4x + y = 9 ; 3 solutions)

Problème 7

Écrivez x = 3, y = 2 et 2x + y.

Dites à l'élève qu'il faut placer 3 jetons sur chaque x et 2 jetons sur chaque y. Si on a 2x et 1 y combien faut-il de jetons ? (Solutions 8 jetons. Notez-la comme suit : 2 x 3 + 1 x 2 = 8 en expliquant ce que vous écrivez . 2x, c'est 2 paquets de 3 donc 2 x 3 et 1y c'est 1 paquet de 2 donc 1 x 2 et ensemble on a donc 2 x 3 + 1 x 2 = 8. Notez aussi 2x + y = 8 et montrez comment ces deux équations se ressemblent.)

Note : Ne vous en faites pas si l'élève a de la difficulté à se rappeler toutes ces formes symboliques. L'Important actuellement, ce sont les images mentales qu'il se forge, c'est cette perception selon laquelle des quantités peuvent être réparties de nombreuses façons.

Rappelez donc aussi souvent que nécessaire le sens des diverses formes symboliques.

Problème 8

Tel qu'au problème 7 avec :

a) $x = 1$, $y = 3$ et $4x + y$ (Solution : 7 donc $4 \times 1 + 1 \times 3 = 7$ et $4x + y = 7$)

b) $x = 2$, $y = 1$ et $2x + 3y$ (Solution : 7 donc $2 \times 2 + 3 \times 1 = 7$ et $2x + 3y = 7$)

c) $x = 3$, $y = 0$ et $2x + 5y$ (Solution : 6…)

d) $x = 2$, $y = 2$ et $x + y$ (Solution : 4…)
e) $x = 1$, $y = 4$ et $0x + 2y$ (Solution : 8…)

f) $x = 5$, $y = 3$ et $2y$ (Solution : 6, car il n'y a aucun x. C'est comme $0x + 2y = 6$)

g) $x = 3$, $y = 1$ et $x + 5y$ (Solution : 8…)

h) $x = 0$, $y = 4$ et $5x + 0y$ (Solution : 0…)

i) $x = 1$, $y = 6$ et $3x + y$ (Solution : 9…)

j) $x = 4$, $y = 2$ et $x + 2y$ (Solution : 8…)

Problème 9

Prenez les cartons x, les cartons y, les jetons et la grille A.

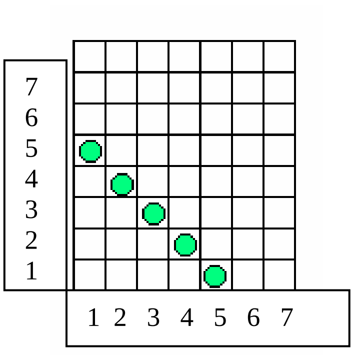
Écrivez l'équation $x + y = 6$.

Demandez à l'élève de trouver une solution.

Utilisez la grille et un jeton pour représenter cette solution. Ainsi, s'il a trouvé $x = 1$ et $y = 5$ alors, placez un jeton sur la grille A dans la colonne $x = 1$ à la hauteur de $y = 5$.

Demandez à l'élève de trouver toutes les autres solutions et de placer chaque fois un jeton sur la grille A pour illustrer cette solution.

Note : En plaçant les jetons sur la grille, l'élève formera une ligne droite. Laissez-le découvrir cela. S'il oublie une solution, un trou dans la ligne le montrera. Pour x + y = 6, la solution obtenue sera donc :



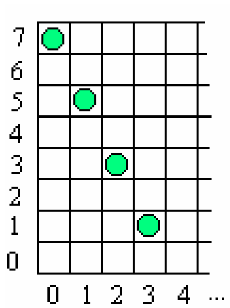
En géométrie analytique, l'équation x + y = 6 désigne la ligne formée par les jetons.

Problème 10

Comme au problème 9, avec :

a) 2x + y = 7

Solution :



b) x +3y = 9 (Oh ! Il faudrait prolonger la grille…)
c) 2x + 2y = 8
d) 2y +2x = 8

Note : Faites observer à l'élève que les solutions (c) et (d) sont identiques. Demandez-lui s'il sait pourquoi. Mais n'insistez pas s'il ne le trouve pas.

e) x + y = 4

Note : Encore la même solution. Demandez-lui ici aussi s'il sait pourquoi, sans insister.

f) $3x + 2y = 8$
g) $x + y = 2$
h) $2x + 2y = 4$

Note : Comme en (e) mais en montrant la similitude entre (g) et (h).

i) $3x + 3y = 6$

Note : Comme en (e) avec (g), (h), et (i).

j) $x + 0y = 5$ (Difficile, n'exigez pas trop. – Voir la note.)

Note : Que vaut y ? N'importe quoi puisqu'il n'y en a pas. Quand l'élève aura trouvé $x = 5$, dites-lui de prendre un carton y et de placer 4 jetons dessus.
Racontez-lui : « Tiens, justement, sur les cartons x, il faut placer 5 jetons. » Prenez 3 cartons x et placez 5 jetons sur chacun.

« Sur les cartons y, il faut placer 4 jetons. » Prenez 3 cartons y et placez 4 jetons sur chacun.

Sur la grille, placez un jeton à $x = 5$ et $y = 4$ « Et maintenant, voyons le nombre de jetons que j'aurai pour x dans $x + 0y = 5$ » (Solution : 5 jetons puisqu'on ne prend aucun y.)

Reprenez le même scénario avec $x = 5$ et $y = 2$. Puis avec $x = 5$ et $y = 7$.

L'élève percevra certes que y peut valoir n'importe quel nombre, puisqu'on n'en prend aucun,
$x + 0y = 5$ représente une droite où x est constant et égal à 5 et où y varie autant qu'on veut.

k) $y = 3$ – Faites remarquer à l'élève que c'est comme $0x + y = 3$. (Difficile comme (j)).

Problème 11

Dans cette activité, l'élève choisit un nombre et vous le mentionne. À ce nombre, vous allez ajouter ou soustraire mentalement un nombre donné et indiquer le résultat à l'élève en disant « Ton nombre, me fait penser à tel nombre. »

Sur la grille, l'élève indiquera son nombre, c'est le x et votre nombre, c'est le y.

Puis, on recommencera avec un autre nombre choisi par l'élève auquel vous ajouterez ou soustrairez **le même nombre** que tantôt avant d'indiquer le résultat à l'élève afin qu'il place correctement un jeton sur la grille pour indiquer cette nouvelle association. Et ainsi de suite, ce qui formera une ligne droite et devrait permettre à l'élève de trouver l'opération cachée que vous faites mentalement. Cette règle, qui est l'équation de la droite, sera alors notée.

Il arrivera que l'élève vous donne un nombre et qu'après votre calcul, le résultat soit en dehors de la grille. Mentionnez ce résultat en constatant que la grille n'est pas assez grande.

Pour éviter que l'élève vous donne des nombres qui vous amènent sans cesse en dehors de la grille, dites-lui qu'il n'a que 5 essais pour trouver la règle et la droite. Un peu comme au *Battleship,* où il faut tenir compte des coups dans l'eau (Ici, des coups en dehors de la grille.)

Après deux essais pour le même jeu, invitez l'élève à deviner votre nombre pour les troisième, quatrième et cinquième essais. Au besoin, corrigez sa réponse avec humour.

Lorsqu'il aura trouvé le calcul secret, il aura découvert la règle et il vous restera à la noter. Voici un exemple.

Votre règle cachée est –1.

L'élève dit 4, vous dites 3 ($4 - 1 = 3$) et l'élève place un jeton à $x = 4$ et $y = 3$.

L'élève dit 1, vous dites 0 ($1 - 1 = 0$) et l'élève place un jeton à $x = 1$ et $y = 0$.

L'élève devrait finir par conclure que pour trouver votre nombre (y) il faut enlever 1 à son nombre donc $y = x - 1$.

Voici donc les règles de calcul cachées à utiliser.

a) Additionner 1 ($y = x + 1$)

b) Soustraire 2 ($y = x - 2$)

c) Soustraire 1 ($y = x - 1$)

d) Ne rien changer : vous répétez le nombre choisi par l'élève. ($y = x$)

e) Additionner 2 ($y = x + 2$)

f) Soustraire 3 (y = x – 3)

Continuez au besoin.

y = 7							
y = 6							
y = 5							
y = 4							
y = 3							
y = 2							
y = 1							
y = 0							
	x = 0	x = 1	x = 2	x = 3	x = 4	x = 5	x = 6

Les fiches qui suivent permettent de réviser ce qui a été vu. Mais, elles offrent aussi de nouvelles façon de symboliser des additions et des soustractions. Il y a lieu de bien rappeler ce que les formes symboliques représentent et de demander chaque fois à l'élève de trouver ses réponses ou de les vérifier avec ses jetons.

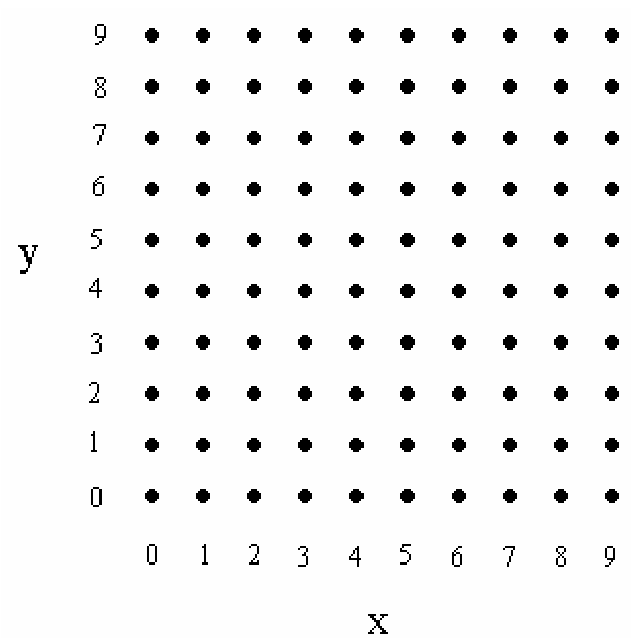
Enfin, considérez que tout ceci n'est qu'un début et que d'autres chapitres reprendront ces concepts sous des formes diverses. Il est donc inutile de multiplier les exercices semblables pour l'instant et il faudra considérer que si les activités du chapitre ont été généralement réussies, l'important est fort probablement acquis.

Fiche 1

Si x + y = 5, trouve tous les cas possibles.

	1er cas	2e cas	3e cas	4e cas	5e cas	6e cas
x						
y						

Entoure chaque point qui correspond à tes découvertes.



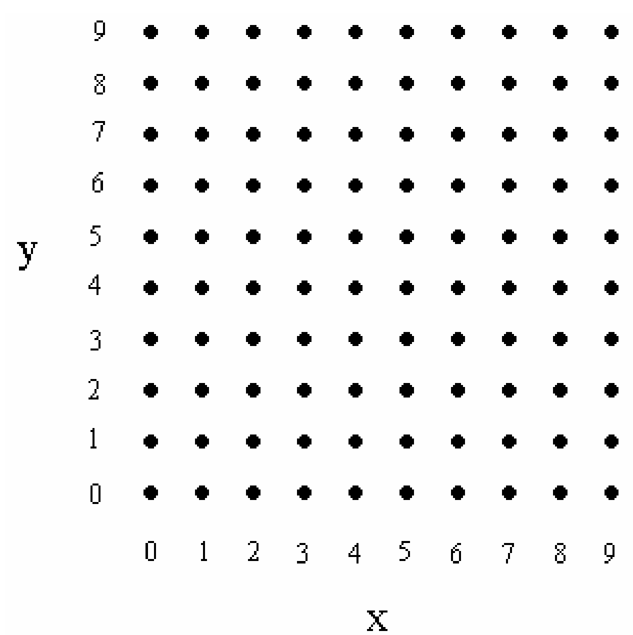
Trace la droite où x + y = 5.

Fiche 2

Si x + y = 7, trouve tous les cas possibles.

	1er cas	2e cas	3e cas	4e cas	5e cas	6e cas	7e cas	8e cas
x								
y								

Entoure chaque point qui correspond à tes découvertes.



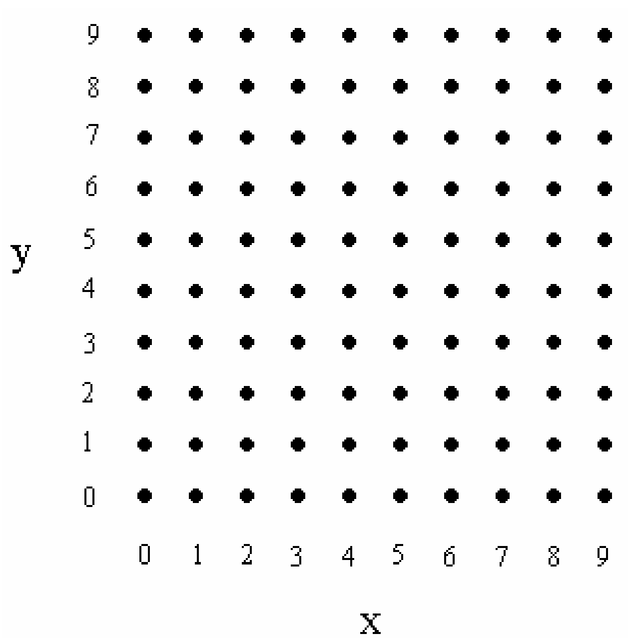
Trace la droite où x + y = 7.

Fiche 3

Si 2x + y = 9, trouve tous les cas possibles.

	1er cas	2e cas	3e cas	4e cas	5e cas
x					
y					

Entoure chaque point qui correspond à tes découvertes.



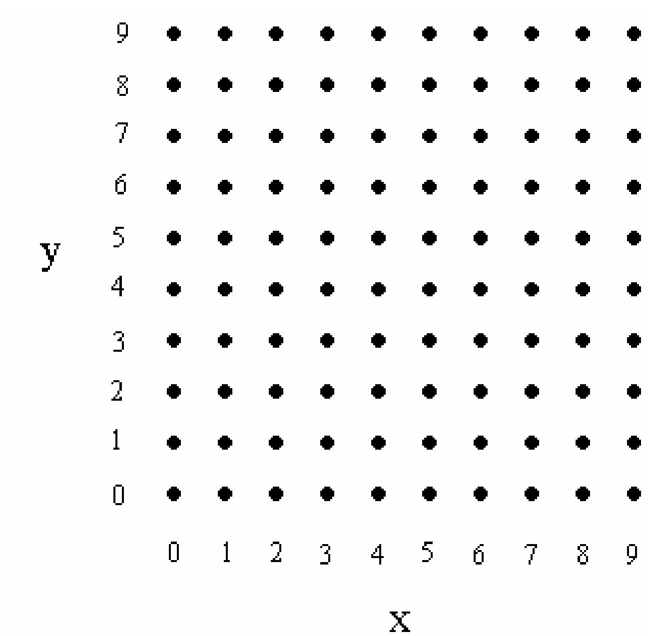
Trace la droite où 2x + y = 9.

Fiche 4

Si x + 3y = 8, trouve tous les cas possibles.

	1er cas	2e cas	3e cas	4e cas
x				
y				

Entoure chaque point qui correspond à tes découvertes.



Trace la droite x + 3y = 8.

Fiche 5

1. Si $x = 2$ et $y = 3$ alors $x + y =$ _______
2. Si $x = 7$ et $y = 2$ alors $x + y =$ _______
3. Si $x = 5$ et $y = 0$ alors $x + y =$ _______
4. Si $x = 6$ et $y = 2$ alors $x + y =$ _______
5. Si $x = 3$ et $y = 6$ alors $x + y =$ _______
6. Si $x = 0$ et $y = 2$ alors $x + y =$ _______
7. Si $x = 2$ et $y = 1$ alors $3x + y =$ _______
8. Si $x = 1$ et $y = 4$ alors $4x + y =$ _______
9. Si $x = 3$ et $y = 0$ alors $2x + 5y =$ _______
10. Si $x = 4$ et $y = 1$ alors $2x + y =$ _______
11. Si $x = 5$ et $y = 3$ alors $x - y =$ _______
12. Si $x = 3$ et $y = 7$ alors $x - y =$ _______
13. Si $x = 7$ et $y = 3$ alors $x - y =$ _______
14. Si $x = 5$ et $y = 6$ alors $x - y =$ _______
15. Si $x = 5$ et $y = 0$ alors $x - y =$ _______

Fiche 6

1. Quand x = 5 alors y = 7 ;

   quand x = 1 alors y = 3 ;

   quand x = 0 alors y = 2 .

   Donc y = x + _______

2. Quand x = 8 alors y = 5 ;

   quand x = 5 alors y = 2 ;

   quand x = 3 alors y = 0 .

   Donc y = x - _______

3. Quand x = 4 alors y = 3 ;

   quand x = 9 alors y = 8 ;

   quand x = 2 alors y = 1 .

   Donc y = x _________

4. Quand x = 3 alors y = 8 ;

   quand x = 1 alors y = 6 ;

   quand x = 0 alors y = 5 .

   Donc y = x _________

Fiche 7

Complète les tableaux suivants.

1.

x	0	1	2	3	4	5
y	3	4	5			

2.

x	0	1	2	3		
y	6	5		3	2	1

3.

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4		

4.

x	0	1	2	
y	7	5	3	

5.

x	0	1	2	3
y	0	3	6	

6.

x	2	3	4		6
y	1		3	4	

Fiche 8

a) 8 = 5 + ________

b) 6 = 4 + ________

c) 7 = ________ + 3

d) 5 = ________ + 4

e) 3 = 5 - ________

f) 4 = 4 - ________

g) 6 = ________ - 1

h) 0 = ________ - 5

i) ________ = 3 + 6

j) ________ = 2 + 3

k) ________ = 5 – 4

l) ________ = 8 – 3

m) 3 + 4 = ________

n) 6 + 3 = ________

o) 6 – 1 = ________

p) 4 – 0 = ________

q) 4 + ________ = 5

r) 3 + ________ = 9

s) ________ + 8 = 8

t) ________ + 2 = 7

u) 5 - ________ = 3

v) 8 - ________ = 4

w) ________ - 1 = 6

x) ________ - 3 = 4