

Volume 3

Chapitre 3

La planche à calculer (consolidation)

Dans le sixième chapitre du volume 2, votre enfant s'est initié à la planche à calculer. Il s'agissait principalement de représenter des nombres de multiples façons avec ou sans contrainte. Ceci constitue un préalable essentiel à la compréhension des techniques de calcul et au développement de moyens alternatifs en calcul.

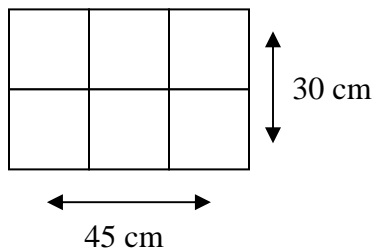
Cette fois, nous réviserons d'abord ce qui a été appris avant de demander à l'enfant d'illustrer les nombres en respectant de nouvelles contraintes. De plus, nous travaillerons au développement de transformations de nombres avant le calcul.

Matériel

- Deux planches à calculer ;
- Une cinquantaine de jetons ;
- Un volume d'au moins 350 pages ;
- Une calculatrice.

Note : La planche à calculer est une pièce de papier ou de carton d'environ 30 cm sur 45 cm (11 pouces sur 17 pouces) sur laquelle sont tracées deux parallèles et une perpendiculaire qui séparent la pièce en six régions identiques mesurant environ 15 cm sur 15 cm chacune.

Exemple :



Évaluation

Dans ce chapitre, votre enfant manifeste :

Sa compréhension :

1. S'il conçoit qu'un nombre peut-être représenté de diverses façons sur la planche à calculer ;
2. S'il conçoit que deux additions peuvent être équivalentes ;
3. S'il conçoit que deux soustractions peuvent être équivalentes.

Son raisonnement :

1. S'il peut transformer, sur la planche à calculer, la représentation d'un nombre en une représentation équivalente ;
2. S'il peut transformer une addition en une addition équivalente tout en démontrant l'équivalence ;
3. S'il peut transformer une soustraction en une soustraction équivalente tout en démontrant l'équivalence.

Son efficacité :

1. S'il peut lire et écrire les nombres jusqu'à 999 ;
2. S'il additionne et soustrait généralement sans erreur sur sa planche à calculer ;
3. S'il utilise correctement la calculatrice pour additionner et soustraire ;
4. Si, avant son neuvième anniversaire, il réussit 45 additions en 4 minutes ou moins (Il s'agit ici des combinaisons de base de l'addition donc de $0 + 0$ à $10 + 10$.) ;
5. Si, avant son neuvième anniversaire, il réussit 45 soustractions en 4 minutes ou moins (Combinaisons de base de $0 - 0$ à $18 - 9$).

Problème 1

Dictez les nombres suivants à votre enfant en lui demandant de les représenter sur la planche à calculer. Il sera peut-être nécessaire de rappeler la convention selon laquelle les centaines sont à gauche, les dizaines au centre et les unités à droite.

- 412
- 235
- 601
- 72
- 700

Continuez si nécessaire, le tout devant être réalisé avec aisance.

Note : Si votre enfant a des difficultés avec les nombres tels 75 ou 82 ou 96, évitez-les pour l'instant, nous allons voir à cette difficulté au problème 2.

Problème 2

Il s'agit encore de représenter des nombres sur la planche à calculer en dictant diverses décompositions. Lorsque le nombre est représenté, demandez à votre enfant de le lire.

- 3 dizaines + 4 centaines + 5 unités
- 6 unités + 5 centaines
- 2 centaines + 13 unités

Note : Pour ce problème, assurez-vous que l'enfant comprend bien qu'il y a deux possibilités : placer 13 unités dans la colonne des unités ou placer 1 jeton dans la colonne des dizaines et 3 dans la colonne des unités. La seconde façon favorise la lecture et la reconnaissance du nombre.

- 3 dizaines + 4 centaines + 9 dizaines
- 9 dizaines + 5 centaines + 10 unités

Note : Ce dernier problème montre bien que certaines dispositions sont moins évidentes que d'autres au moment de la lecture des nombres.

- 24 unités + 3 centaines
- 24 dizaines + 3 centaines
- 46 unités
- 46 dizaines
- 60 unités + 14 unités

Note : C'est le temps de justifier d'où viennent les noms des nombres de 70 à 79. Soixante-cinq, c'est $60 + 5$; soixante-huit, c'est $60 + 8$. Donc, soixante-dix, c'est $60 + 10$; soixante-quinze, c'est $60 + 15$.

- 16 dizaines + 16 unités
- 1 centaine + 11 dizaines + 12 unités
- 20 unités + 20 unités + 20 unités + 20 unités

Note : Au tour de 80 qui signifie 4×20 alors que 85 c'est $4 \times 20 + 5$ et quatre-vingt-douze c'est $4 \times 20 + 12$.

À partir de maintenant, si votre enfant éprouve des difficultés avec les nombres de 70 à 99, continuez les problèmes du chapitre, mais revenez sur ces nombres afin que ce soit maîtrisé. Si nécessaire, insistez aussi sur les nombres de 11 à 16.

Bref, à la fin de ce chapitre, il faudrait que votre enfant lise et écrive les nombres de 0 à 999 sans difficulté.

Au besoin, poursuivez ce genre d'exercice.

Problème 3

Demandez à votre enfant de représenter les nombres suivants avec le moins de jetons possibles.

- 15 dizaines + 13 unités
- 24 unités + 3 centaines + 8 dizaines
- 17 dizaines + 8 centaines + 29 unités
- 13 dizaines + 70 unités
- 1 centaine + 11 dizaines + 11 unités

Continuez si nécessaire.

Problème 4

Demandez à votre enfant de représenter les nombres que vous écrivez seulement. Il devra d'abord les lire, les représenter sur sa planche à calculer et ensuite, trouver deux autres représentations correctes de chacun de ces nombres.

- 308
- 540
- 612
- 476
- 287
- 400
- 10 (Oh! Oh! Cette fois, il n'y a qu'une autre représentation possible. Saura-t-il vous l'expliquer ?)
- 20
- 100

Continuez au besoin.

Problème 5

Les représentations, avec contraintes, qui suivent, préparent la compréhension des techniques de soustraction. L'enfant doit d'abord représenter le nombre donné oralement et ensuite le modifier pour respecter la contrainte.

- 235 ; il faut au moins 7 unités (Donc $2c + 2d + 15u$ entre autres.)
- 400 ; avec au moins 3 dizaines
- 300 ; avec au moins 8 unités
- 216 ; avec au moins 8 unités et 1 dizaine (En voilà un qui poussera leur compréhension.)
- 100 ; avec au moins 3 unités et 3 dizaines
- 48 ; avec au moins 7 dizaines (Impossible !)
- 605 ; avec au moins 8 dizaines et 8 unités

Poursuivez au besoin.

Problème 6

Cette fois, c'est la technique de division que nous allons préparer. Procédez comme au problème précédent.

- 345 ; mais dans chaque colonne, il y a toujours 3 paquets égaux (Donc, ici, $3c + 3d + 15u$)
- 512 ; avec 2 paquets égaux dans chaque colonne ($4c + 10d + 12u$)
- 464 ; avec 4 paquets égaux dans chaque colonne.
- 300 ; avec 2 paquets...
- 412 ; avec 4 paquets égaux...
- 100 ; avec 4 paquets égaux...

Continuez au besoin.

Problème 7

Prenez le volume ayant au moins 350 pages. Demandez à votre enfant de trouver la page :

- la plus proche de la page 188 qui a un 0 aux unités (Donc la page 190.) ;
- la plus proche de 223 qui a un 0 aux unités ;

- la plus proche de 271 qui a un 0 aux dizaines et un autre aux unités ;

Note : Maintenant que votre enfant comprend le genre de problème, demandez-lui d'abord de placer le nombre donné sur sa planche à calculer et de représenter sous ce nombre le nombre recherché. Par la suite, il devra vérifier dans le volume. Vous avez reconnu dans cette activité l'objectif qui consiste à arrondir des nombres.

- la plus proche de la page 316 et qui se termine par un 0 aux unités ;
- la plus proche de 316 qui a un 0 aux dizaines et un autre aux unités ;
- la plus proche de 195 qui a un 0 aux unités (Il y en a 2 . Donc deux choix possibles lorsqu'il faut arrondir 195.)

Continuez au besoin.

Problème 8

Maintenant que votre enfant connaît ce volume, demandez-lui de l'ouvrir afin d'être le plus proche possible de la page donnée. Notez la page donnée et la page trouvée. Sur une calculatrice, montrez à votre enfant comment trouver le nombre de pages séparant la page donnée de la page trouvée. Notez la différence.

Voici les pages visées : 231, 48, 190, 92, 300, 128, 275.

Vous pouvez faire encore quelques cas. Votre enfant cherchera probablement à améliorer son record, c'est-à-dire sa meilleure approximation.

Problème 9

C'est avec une calculatrice que votre enfant vient de trouver la différence entre deux nombres. Prenez les deux planches à calculer. Sur une, indiquez la première page visée dans le problème 8 et, sur l'autre, la page trouvée à ce moment. Cachez la différence trouvée avec la calculatrice.

Demandez à votre enfant ce qu'il faut faire avec le nombre situé sur une des deux planches afin d'obtenir celui de la seconde planche.

Note : Si une planche illustre 231 et l'autre 257, le travail est facile. Mais si une planche représente 257 alors que l'autre illustre 271 ou 302, c'est beaucoup plus difficile.

Pour chaque cas, avant que votre enfant commence, demandez-lui si, pour chaque colonne, il sera facile de trouver la différence. Si tel n'est pas le cas, demandez-lui de changer d'abord le plus grand nombre en une représentation équivalente plus facile. Ainsi pour 257 et 302, il transformera 302 en 2 centaines + 10 dizaines + 2 unités d'abord et ensuite en 2 centaines + 9 dizaines + 12 unités. Cette fois, la différence est évidente.

Assurez-vous que votre enfant réussit bien ce type d'activités. Pour trouver la différence entre les deux nombres, il peut soit ajouter au plus petit nombre, soit soustraire au plus grand.

Pour chaque cas, vérifiez avec la calculatrice en défiant votre enfant d'être aussi bon que cette machine.

Problème 10

Pour amorcer l'activité, demandez à votre enfant de vous donner deux nombres qui ont 2 unités de différence tels 5 et 3, 7 et 5, 8 et 6.

Maintenant, dites-lui un nombre et il devra vous en trouver un autre qui a 3 unités de plus ou de moins. Chaque fois, demandez-lui si c'est plus facile de trouver le nombre qui a 3 unités de moins ou celui qui a 3 unités de plus et pourquoi.

Demandez-lui de placer d'abord le nombre donné sur sa planche à calculer et de trouver la réponse sur sa planche. Ceci lui montrera vraiment qu'il y a des cas plus faciles que d'autres.

Voici les nombres.

- 416 (413 ou 419, également facile.)
- 138 (135 plus facile que 141 sur la planche, mais si votre enfant le fait dans sa tête, il peut choisir 141, car il trouve plus facile de compter 139, 140, 141 que 137, 136, 135.) .Discutez de ces distinctions avec votre enfant, en ajoutant, qu'en mathématiques, nous avons souvent plusieurs possibilités.
- 235
- 300
- 599
- 632
- 524
- 402

Continuez au besoin.

Problème 11

Dans le problème précédent, certaines différences étaient plus faciles à trouver que d'autres. Votre enfant sera maintenant invité à modifier les nombres en gardant la différence constante entre eux, mais en rendant cette différence plus facile à trouver. En guise d'exemple, effectuer $512 - 299$ est certes moins évident que $(512 + 1) - (299 + 1)$ donc que $513 - 300$.

Bref, il est toujours plus simple de soustraire lorsque aucun emprunt n'est nécessaire. Nous allons développer cette perception selon laquelle, il est toujours possible de modifier des nombres, ce qui rend souvent nos calculs plus simples.

Sur une planche, placez le nombre 16. Sur l'autre, le nombre 12.

Demandez à votre enfant quelle est la différence entre ces nombres, c'est-à-dire, que faut-il ajouter à 12 pour obtenir 16 ou enlever à 16 pour obtenir 12.

Ensuite, ajoutez une unité à chaque nombre. Demandez à votre enfant de trouver la différence maintenant.

Ajoutez maintenant une dizaine à chaque nombre. Même question.

Procédez ainsi jusqu'à ce que votre enfant tire la conclusion selon laquelle, si nous ajoutons ou enlevons une même quantité à deux nombres, leur différence demeure constante. Essayez avec quelques paires de nombres dont 21 et 19 ; 348 et 149. (Enlevez ou ajoutez des centaines ou des dizaines.)

Notez chaque fois la paire de nombres originale et celle qui est obtenue. Assurez-vous que votre enfant perçoive bien qu'une soustraction est plus facile que l'autre.

Voici les paires de nombres :

- a) 241 et 125 (Solution : 239 et 123)
- b) 158 et 381 (160 et 383)
- c) 100 et 57 (99 et 56)
- d) 243 et 121 (Rien à changer.)
- e) 301 et 176 (299 et 174)

- f) 167 et 58 (169 et 60)
g) 145 et 470 (150 et 475 ou 140 et 465)

Continuez au besoin.

Problème 12

Cette fois, ce sont des additions que nous allons transformer afin qu'elles soient plus faciles.

Demandez à votre enfant de trouver la somme de $8 + 7$ avec des jetons. Notez ensuite $8 + 7 = 15$.

Disposez alors les 15 jetons en deux paquets bien distincts, un de 8 et un de 7 jetons. Devant l'enfant, prenez un jeton de l'ensemble de 7 et placez-le dans celui de 8. Demandez-lui combien il y a de jetons en tout en lui faisant maintenant remarquer qu'il y a 9 jetons dans un ensemble et 6 dans l'autre. Notez ensuite sa réponse comme suit : $9 + 6 = 15$ sous l'égalité $8 + 7 = 15$.

Déplacez un autre jeton de l'ensemble de 6 à celui de 9. Procédez comme précédemment. Notez l'égalité puis discutez du fait que :

$$8 + 7 = 15$$

$$9 + 6 = 15$$

$$10 + 5 = 15$$

Demandez à votre enfant de poursuivre cette suite d'égalités en vérifiant avec ses jetons. Allez jusqu'à $15 + 0 = 15$.

Demandez-lui quelles sommes sont les plus faciles à trouver. (Sûrement $15 + 0$, $14 + 1$, $10 + 5$.) Et les plus difficiles ? (Probablement $8 + 7$ et $9 + 6$ à moins qu'il connaisse déjà ses tables par cœur, ce qui serait dommage actuellement et l'empêcherait de développer des stratégies très utiles en calcul écrit ou mental sur les grands nombres.)

Comme dans l'exemple précédent, votre enfant sera appelé à transformer des nombres pour que leur somme soit plus facile à trouver. Utilisez les deux planches à calculer. Sur une des planches, votre enfant représentera les nombres originaux à additionner et sur l'autre, il représentera les nombres qui rendent l'addition plus facile.

Note : Si votre enfant ne trouve pas seul les additions plus faciles, vous pouvez l'aider. En fait, il lui faut d'abord percevoir que certaines additions sont plus faciles afin de les rechercher par la suite.

Quoiqu'il arrive, pour chaque paire d'additions, assurez-vous que votre enfant puisse expliquer pourquoi une addition est plus facile que l'autre.

Voici des additions à proposer :

$$\begin{array}{ll}
 199 + 24 & (\text{Devient } 200 + 23) \\
 73 + 48 & (71 + 50) \\
 249 + 128 & (250 + 127) \\
 132 + 246 & (\text{Rien à changer}) \\
 216 + 137 & (213 + 140)
 \end{array}$$

Continuez au besoin.

Problème 13

Il est temps maintenant de développer au moins un algorithme efficace d'addition.

Proposez à votre enfant d'additionner des nombres en lui demandant d'abord s'il peut trouver une addition plus facile. Il devra ensuite effectuer sur sa planche à calculer l'addition originale et, s'il y en a une, l'addition plus facile qu'il la trouve ou que vous la donniez. Il s'agit ici de calcul concret donc sur la planche avec des jetons.

Pour chaque addition, notez cette addition afin de vous rappeler (à vous et à votre enfant), les additions effectuées. Notez les nombres à additionner et la réponse trouvée comme suit, par exemple :

$$\begin{array}{r}
 327 \\
 + 436 \\
 \hline
 763
 \end{array}$$

(Ne notez pas les retenues. Invitez votre enfant à les « retenir » dans sa tête.)

Demandez ensuite à votre enfant de vérifier si la calculatrice trouve la même somme.

Il est bon d'illustrer chaque addition par une histoire. Pour construire une chambre, il faut 327 clous. Pour une autre chambre, il faut 436 clous. Combien faut-il de clous pour ces deux chambres ?

Pour chaque problème ou histoire, prenez le temps de discuter du problème : « Pourquoi faut-il des nombres de clous différents pour ces deux chambres ? » (À cause de leurs dimensions ? À cause de matériaux différents – planches plus ou moins larges ? À cause de la qualité des clous ?

À cause de l'habileté des menuisiers ?) Bref, rendez très réels ces problèmes afin que votre enfant comprenne bien que les mathématiques sont associées à la réalité.

Proposez donc des additions telles :

(N'oubliez pas, il s'agit de calculer avec les jetons et non avec les symboles. Dans un premier temps, votre enfant pose les deux nombres sur sa planche, ensuite, il les additionne à sa manière.)

$$49 + 126$$

$$155 + 215$$

$$318 + 318$$

$$579 + 253$$

Note : Votre enfant additionne-t-il d'abord les centaines avec les centaines, puis les dizaines... ? C'est normal ! Laissez-le faire.

$$308 + 219$$

$$444 + 156$$

Continuez au besoin.

Problème 14

Au tour de la soustraction. Encore une fois votre enfant devra effectuer la soustraction donnée et, s'il y en a une, une soustraction plus facile. Lorsqu'une soustraction doit être effectuée en transformant un nombre ou, si vous voulez, en empruntant ou en compensant, demandez d'abord à votre enfant d'effectuer la ou les transformations nécessaires avant de soustraire.

Exemple pour 345 – 128

Méthode de l'emprunt : L'enfant change 345 pour 3 c + 3 d + 15 u avant de soustraire 128 de gauche à droite ou de droite à gauche, à son choix. Attention, soustraire de droite à gauche n'est pas préférable à la soustraction de gauche à droite.

Méthode de la compensation : L'enfant ajoute 10 unités à 345 et obtient donc 3 c + 4 d + 15 u. Ensuite il ajoute une dizaine (10 unités) à 128 qui devient 138.

Note : La méthode de l'emprunt est plus naturelle, nous n'avons jamais vu des enfants inventer la méthode de la compensation.

Voici les soustractions à proposer. N'oubliez pas de demander à votre enfant de trouver chaque fois, si possible, une soustraction plus facile, mais équivalente. Lorsqu'il aura trouvé ses réponses, demandez-lui de vérifier avec la calculatrice.

Notez les soustractions comme suit :

$$\begin{array}{r} 426 \\ - 152 \\ \hline 274 \end{array}$$

(Invitez votre enfant à retenir les transformations dans sa tête, sans les noter.)

426 – 152

517 – 25

632 – 210 (Rien à changer ici.)

712 – 312

400 – 124

534 – 721 (Que fera-t-il ? Cette soustraction n'est pas impossible, elle donne un nombre négatif. Illustrez-la par une histoire : « J'ai 534 clous et je dois en utiliser 721 pour... » La réponse pourrait être $-2c + 1d + 3u$ donc $-200 + 13$. Laissez votre enfant constater que cette soustraction est spéciale. Vous pouvez explorer plus loin, mais ne poussez pas. Surtout, ne lui expliquez pas comment simplifier ce $-200 + 13$. S'il le fait, tant mieux. Sinon, ce n'est pas grave. Il peut le faire de diverses façons. Écoutez-le et demandez-lui de vous expliquer ce qu'il fait.)

151 – 126

456 – 345

345 – 365

543 – 345

Continuez au besoin.

Problème 15

À partir de maintenant, vous pouvez faire mémoriser les tables d'addition jusqu'à $10 + 10$ et de soustraction jusqu'à $18 - 9$. Si votre enfant hésite avec $8 + 7$ en sachant que $7 + 7 = 14$ alors demandez-lui $7 + 7$ puis revenez avec $8 + 7$. Bref vous développez sa mémoire mais vous lui donnez un moyen de régler certaines défaillances.

Voici vos objectifs en ce qui concerne la mémorisation des tables.

Avant d'avoir neuf ans, votre enfant devrait réussir à l'écrit 45 additions en 4 minutes au moins. Même objectif en soustraction.

Par la suite, il devra toujours réussir 45 additions ou soustractions, mais il disposera de 30 secondes de moins chaque fois que son âge augmentera d'un an et ce jusqu'à douze ans. Donc :

S'il a 8 ans il a 4 minutes ;

S'il a 9 ans, il a 3 minutes 30 secondes ;

S'il a 10 ans, il a 3 minutes ;

S'il a 11 ans, il a 2 minutes 30 secondes ;

S'il a 12 ans et plus, il a 2 minutes.

Pour ces tests écrits, écrivez sur une feuille chaque fois 50 additions ou soustractions, un ou l'autre, jamais les deux sur un même test. Votre enfant peut « sauter » une addition ou une soustraction qu'il ne sait pas et y revenir à la fin s'il a le temps.

Proposez-lui un test d'addition aux quinze jours. Même chose pour la soustraction. Modifiez chaque fois les tests en vous assurant que vous proposez une fois 50 des 100 additions ou soustractions possibles et, la fois suivante, les 50 autres possibilités.

Si d'un test à l'autre il s'améliore, félicitez-le, et ce, même si au début il ne réussit que quelques additions ou soustractions. Soyez patient, il a plusieurs années devant lui !