

Volume 3

Chapitre 6

La mise en équation

Dans ce chapitre, votre enfant devra traduire les données de problèmes, d'abord en une **importante et obligatoire** représentation concrète et ensuite en une équation. Ce travail n'est pas facile, mais il est essentiel en résolution de problèmes.

Matériel

- Environ 50 jetons ;
- Trois carrés de carton de 10 cm sur 10 cm ;
- Trois carrés de carton de 4 cm sur 4 cm. (Sur chacun, tracez la lettre « x ».)

Évaluation

Dans ce chapitre, votre enfant manifeste :

Sa compréhension :

1. S'il associe bien les données inscrites sous des formes telles x ou $x + 1$ ou $x - 2$ ou $x + x$ à leur représentation concrète avec des jetons ;
2. S'il peut symboliser les données des problèmes sous des formes telles $x + 3 = 5$, $4 = x - 2$ ou $x + x = 6$, etc.

Son raisonnement :

S'il peut résoudre des équations simples telles $x + 4 = 7$; $x - 2 = 8$; $3 + x = 5$; $6 - x = 2$ et en justifier les solutions ;

Son efficacité :

3. S'il réussit au moins 45 additions de base sur 50 en moins de 4 minutes (Les additions de base sont les tables de $0 + 0$ à $9 + 9$.) ;
4. S'il réussit au moins 45 soustractions de base sur 50 en moins de 4 minutes.

Donnez-lui jusqu'à la fin de l'année pour atteindre ces seuils normaux pour un enfant de huit ans.

Problème 1

Demandez à votre enfant de prendre 10 jetons. Placez devant lui 2 grands carrés. Dites-lui que ces carrés représentent des boîtes où il faut placer les jetons. Mais, il y a des conditions. Voici la condition pour le premier problème : nous ne savons pas combien il y a de jetons dans la boîte de droite, mais il y en a 7 dans celle de gauche.

Laissez votre enfant disposer les 10 jetons afin de trouver ce qui doit aller dans la boîte de droite.

Problème 2

Placez encore 2 carrés. Au-dessus du carré de gauche, placez un petit carré afin que vous puissiez voir le x . Dites à votre enfant que le x représente un nombre secret de jetons, c'est le nombre de jetons qu'il faut placer sur le carton de gauche.

Dites à votre enfant de prendre 12 jetons, c'est le nombre de jetons qu'il faut partager sur les deux grands carrés. Il faudra cependant placer 5 jetons sur le carré de droite. Laissez-les résoudre le problème.

Procédez de la même façon pour les problèmes suivants.

	À DROITE	À GAUCHE	EN TOUT
a)	x	5	9
b)	2	x	7
c)	4	x	8
d)	x	1	7

Continuez au besoin.

Problème 3

Proposez à votre enfant de noter désormais son travail comme le font les grands mathématiciens. Voici comment :

Cette fois, tu dois placer 9 jetons en tout (Écrivez : $9 =$ et demandez à votre enfant de prendre les 9 jetons).

Sur le carré de gauche, il y aura x jetons (Continuez l'équation : $9 = x + \quad$). Demandez à votre enfant de placer le x au-dessus du carré de gauche.

Compléter l'équation pour obtenir $9 = x + 3$ en mentionnant à votre enfant que sur l'autre carré il y a 3 jetons.

Laissez-le résoudre le problème. Notez ensuite $x = 6$ en disant à votre enfant qu'il a découvert le nombre secret. Durant l'exposé et la résolution du problème, vous aurez donc noté:

$$9 = x + 3$$

$$x = 6$$

Note : Évitez d'expliquer comment, à partir de $9 = x + 3$, il est possible de trouver directement $x = 6$ tel que vous l'avez appris en algèbre. C'est à partir de la représentation concrète que l'élève doit actuellement résoudre le problème.

Problème 4

Comme au problème précédent vous allez écrire progressivement les données et la solution des problèmes.

- À droite, il y a 4 jetons (Écrivez : 4) à gauche, c'est un secret (Écrivez $4 = x$) et en tout, il y en a 7 (Écrivez $4 + x = 7$). Après que la valeur de x sera trouvée, écrivez $x = 3$.
- En tout il y a 10 jetons (10). À gauche, il y en a 3 ($10 = 3 + x$).
- À gauche, il y a x jetons (x). À droite, il y a x jetons ($x = x$).

Note : Placez donc un x au-dessus de chaque grand carré.

En tout, il y en a 8 ($x + x = 8$)

Note : Dites à votre enfant que c'est le même nombre secret pour chaque carré. C'est pourquoi nous écrivons x chaque fois.
Dans un problème différent, cependant, on recommence à neuf et la valeur du x peut être différente.

Lorsque le problème sera résolu, écrivez $x = 4$.

- Il faut placer 12 jetons (12). Sur chacun des carrés, il y en a x ($12 = x + x$). Donc $x = 6$.

Continuez au besoin en vous assurant que votre enfant comprend bien la notation. Nous allons d'ailleurs le vérifier au problème suivant.

Problème 5

Cette fois, vous écrirez seulement les équations. Votre enfant devra les illustrer avec ses jetons et ses cartons. Enfin, il devra noter la valeur de x sous la forme de $x = 3$, par exemple.

- a) $x + 1 = 4$
- b) $13 = 5 + x$
- c) $3 + x = 9$
- d) $10 = x + 2$
- e) $4 + 5 = x$

Note : Cette fois, c'est le nombre total de jetons qui est le secret. Placez le carré x au-dessus de l'espace séparant les deux grands carrés.

Continuez au besoin.

Problème 6

Plus difficile ! Votre enfant devra écrire l'équation et résoudre le problème.

Prenez 9 jetons, montrez-les à votre enfant. Placez le x sur un des carrés et 2 jetons sur l'autre. Cachez les jetons restants et demandez à votre enfant d'écrire l'équation avant de la résoudre. Lorsqu'il aura noté $9 = x + 2$ ou l'équivalent, demandez-lui de trouver combien vous avez gardé de jetons dans votre main. Lorsqu'il aura trouvé, demandez-lui de noter la valeur de x , soit $x = 7$.

Note : Ce travail n'est pas facile. Soyez donc patient !

Reprenez l'exercice avec :

- a) 11 jetons, 4 sur un carré, x sur l'autre.
- b) 12 jetons, 6 sur un carré, x sur l'autre.
- c) 6 jetons, 1 sur un carré, x sur l'autre.
- d) 6 jetons, x sur chaque carré (Donc, vous gardez les jetons dans votre main.)

Continuez au besoin.

Problème 7

Nous allons maintenant modifier les équations en nous assurant que votre enfant comprend qu'elles représentent les mêmes situations.

Dites à votre enfant : « Si j'ai 8 jetons dans ma main et que je veux les placer sur ces deux cartons. Je vais en placer x ici à gauche et 3 ici à droite. Comment peux-tu trouver x , mon secret ? »

Votre enfant vous dira sans doute quelque chose comme : « Si tu en places 3 ici, je regarde ce qu'il reste dans ta main. Tu en avais 8, tu en enlèves 3, il en reste 5. »

Demandez à votre enfant de noter l'équation. (Donc $3 + x = 8$ ou l'équivalent et $x = 5$.) Dites-lui qu'il existe d'autres façons de noter ce qui a été fait. Pour trouver le nombre caché, on a pris 8 jetons et on a enlevé 3 jetons, donc $x = 8 - 3$ et $x = 5$ comme tantôt.

Problème 8

Écrivez $4 + x = 9$. Demandez à votre enfant ce qu'il fera pour trouver x . (Enlever 4 de 9.) Notez $x = 9 - 4$ et $x = 5$. Insistez sur le fait que toutes ces équations ont le même secret : $x = 5$.

Proposez $x + 2 = 6$ et procédez comme précédemment pour obtenir $x = 6 - 2$ et $x = 4$. (**Note** : $6 - 2 = x$ est aussi valable.)

Continuez avec quelques problèmes semblables.

Problème 9

- a) Posez un x sur chaque carton. Demandez à votre enfant la valeur de x si 10 jetons doivent être posés sur ces cartons. ($x = 5$)
- b) Prenez les grands carrés et posez un x sur chacun. Remettez 12 jetons à votre enfant et dites-lui que ces 12 jetons doivent être placés sur les 3 carrés, mais qu'il doit y avoir le même nombre secret de jetons sur chaque carré. ($x = 4$)
- c) Comme en (b) mais avec 6 jetons. ($x = 2$)
- d) Enlevez un grand carré. Posez un x à gauche et $2x$ à droite. Remettez 9 jetons à votre enfant. Dites-lui que le carré de gauche doit recevoir une seule fois le nombre secret de jetons et celui de droite doit recevoir 2 fois ce nombre secret de jetons. (Donc $x = 3$ et 3 jetons à gauche, 6 à droite.)
- e) Comme en (d), cette fois avec 15 jetons.

Problème 10

Sur un bout de papier écrivez $x + 1$. Placez un x au-dessus du carré de gauche et l'étiquette « $x + 1$ » au-dessus de celui de droite. Donnez 7 jetons à votre enfant. Mentionnez-lui qu'à gauche, il y en a x . À droite on en a placé x d'abord, puis un autre, un de plus. (Donc 3 à gauche et 4 à droite.)

Laissez-le résoudre ce problème. Répétez la consigne au besoin en montrant chaque fois les étiquettes « x » et « $x + 1$ ».

- Même genre de problème avec 12 jetons et x à droite et $x + 2$ à gauche.
- Idem avec : $x + 1$ et $x + 2$ et 9 jetons. (Donc $x = 3$.)
- Et maintenant x à gauche, $x - 1$ à droite et 7 jetons. ($x = 4$)
- $x + 1$ à gauche, $x - 1$ à droite et 10 jetons. ($x = 5$)

Continuez au besoin.

Problème 11

Cette fois, invitez votre enfant à créer une histoire ou un problème illustrant chaque ensemble de données. Utilisez les grands carrés et des bouts de papier pour rappeler ce qu'il faut placer sur chaque carré.

Voici les données dans un tableau.

	1 ^{er} CARRÉ	2 ^e CARRÉ	3 ^e CARRÉ	EN TOUT	SOLUTION
a)	3	$x + 1$		10	$x = 6$
b)	$x - 3$	x		7	$x = 5$
c)	1	$x - 2$	$x + 2$	7	$x = 3$
d)	x	$x + 1$	$x + 2$	12	$x = 3$
e)	x	$x + 1$	$x + 2$	3	$x = 0$
f)	x	$x - 1$	$x - 2$	3	$x = 2$
g)	5	$x + x$	x	11	$x = 2$
h)	$x + x$	$x - x$	1	3	$x = 1$

Notes : 1. Pour (c), le problème peut être : « Trois amies ont cueilli des fleurs. Julie en a cueilli 1, Marie en a cueilli 2 de moins que le nombre secret et Sylvie en a cueilli 2 de plus que le nombre secret. En tout, elles ont cueilli 7 fleurs. »

2. Ces problèmes ne sont pas évidents. Laissez votre enfant explorer, faire des hypothèses. Évitez de lui donner des trucs. Contentez-vous de vous assurer qu'il comprend bien les données des problèmes, ce qui est beaucoup plus important que trouver toutes les réponses.

Problème 12

Vous pouvez créer quelques exercices écrits comme les suivants. Assurez-vous que, d'un problème à l'autre, le modèle change. Permettez le matériel à votre enfant et demandez-lui de vous expliquer comment il solutionne ces problèmes.

Exemples d'exercices :

$$3 + x = 5, \text{ donc } x = \dots$$

$$x - 3 = 4\dots$$

$$x + x = 8\dots$$

$$7 = x + 3\dots$$

$$5 = 8 - x\dots$$

$$x + x + 2 = 10\dots$$

$$7 - 3 = x\dots$$

$$6 - x = 0\dots$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 12$$

Problème 13

Que votre enfant connaisse ou non ses tables d'addition et de soustraction, proposez-lui maintenant des exercices tels les suivants qui lui seront très utiles en calcul mental sur les grands nombres. Poursuivez aussi son apprentissage des tables d'addition et de soustraction.

a) $7 + 8 = 7 + 7 + \dots$

b) $6 + 9 = 6 + 10 - \dots$

c) $11 - 3 = 10 - \dots$

d) $15 - 7 = 15 - 5 - \dots$

e) $5 + 8 = 5 + 5 + \dots$

Demandez ensuite à votre enfant d'inventer d'autres sommes ou différences égales à celles que vous donnez. Exemples :

$$3 + 8 = \dots (3 + 10 - 2 \text{ ou } 2 + 9 \text{ ou } 1 + 10 \text{ ou} \dots)$$

$$14 - 5 = \dots (14 - 4 - 1 \text{ ou } 15 - 5 + 1 \text{ ou } 14 - 10 + 5 \dots)$$

Essayez de développer régulièrement sa maîtrise des tables de base d'addition et de soustraction.