Chapitre 1

La fonction additive

Première activité

Comparer des entiers relatifs.

Compétences disciplinaires :

1. **Déterminer, entre deux ensembles, lequel possède le plus d'éléments;**
2. **Trouver le nombre qui représente la différence entre le nombre d'éléments de deux ensembles;**
3. **Utiliser les symboles + et ─ pour désigner des entiers relatifs;**
4. **Associer des entiers relatifs à une situation concrète;**
5. **Compléter une égalité impliquant des entiers relatifs.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une trentaine de jetons ;
- une reproduction de la planche à calculer de la fiche 6.

Problème 1

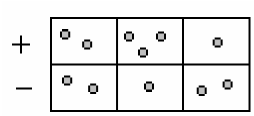
Racontez aux élèves que la fiche 6 représente le tableau des buts marqués par deux équipes de hockey dans chacune des trois périodes d'une partie. Ajoutez qu'en mathématiques, les équipes ne s'appellent pas « Les Canadiens » ou « Les Rafales » ou encore « Les Castors », mais l'équipe des « + » (plus) et l'équipe des « - » (moins).

Montrez ces symboles à gauche de la planche à calculer.

Dessinez une planche semblable au tableau et tracez les nombres comme suit :

+	2	3	1
−	2	1	2

Demandez aux élèves de placer sur leur planche à calculer des jetons en respectant les nombres indiqués ci-haut. Ils auront donc :



a) Demandez aux élèves le nom de l'équipe qui a gagné la première période. (Aucune, c'est une nulle).

Demandez aux élèves d'enlever un but à chaque équipe dans la colonne de la première période. Demandez-leur quelle équipe aurait gagné cette période si un but était enlevé à chaque équipe. (Aucune équipe, c'est une nulle.)
Demandez aux élèves d'enlever un autre but à chacune des équipes pour la première période. Quelle équipe gagne ? (Aucune.)

Constatez avec les élèves que le fait d'enlever un but à chaque équipe dans une période ne change par le nom de l'équipe gagnante ou perdante ni la nulle.

b) Demandez aux élèves le nom de l'équipe qui a gagné la deuxième période. (L'équipe des +.)

- Enlevez un but à chaque équipe pour cette deuxième période. Quelle équipe gagne maintenant ? (L'équipe des +.)
- Combien de buts l'équipe des + a-t-elle marqué de plus que l'équipe des - ? (2 buts.)

Remettez un but à chaque équipe pour la deuxième période.

- Est-ce que l'équipe des + gagne encore ? (Oui.)
- Par combien de buts ? (2)

<u>Note</u> : Ce dernier problème n'est pas facile. Certains élèves diront 3 buts de plus car l'équipe des + a marqué 3 buts.
Demandez combien de buts ont été marqués par l'équipe des –. (1) « Est-ce que les + ont aussi marqué un but ? » (Oui, et même plus.)
Montrez que l'équipe des + a aussi marqué un but, et qu'ils en ont marqué 2 autres, 2 de plus.

c) – Quelle équipe a gagné la troisième période ? (L'équipe des - .)
– Par combien de buts ? (1 but.)

<u>Problème 2</u>

Comme au problème 1. Cette fois vous noterez la phrase mathématique qui résume ce qui s'est passé dans chaque période.

a)

+	3	2	1
−	1	5	1

(+3 -1 = +2 ; +2 -5 = -3 ; +1 -1 = 0)

c)

+	2	4	3
−	1	7	1

(Écrivez d'abord les buts de l'équipe des - en faisant remarquer aux élèves qu'on peut commencer par l'équipe de notre choix.)

(-1 +2 = +1 ; -7 +4 = -3 ; -1 +3 = +2)

d)

+	3	1	5
−	0	4	1

(+3 -0 = +3 ; +1 -4 = -3 ; +5 -1 = +4 ou -0 +3 = +3 ; ...)

Continuez au besoin.

<u>Problème 3</u>

Cette fois, vous allez écrire les nombres qui représentent le nombre de buts marqués par période. Les élèves devront :

1. Placer des jetons sur leur planche pour illustrer ce que vous avez écrit ;
2. Trouver le nom de l'équipe gagnante pour chaque période ;
3. Trouver par combien de buts, cette équipe a gagné ;
4. Venir compléter l'égalité que vous avez notée.

a) Première période : +3 – 4 = (-1)
Deuxième période : -3 +4 = (+1)
Troisième période : -2 +1 = (-1)

b) Première période : +5 -2 = (+3)
Deuxième période : -4 +6 = (+2)
Troisième période : +3 –3 = (0)

c) Première période : -0 +1 = (+1)
Deuxième période : +6 -2 = (+4)
Troisième période : -3 +7 = (+4)

Si nécessaire, proposez deux ou trois autres cas semblables.

Deuxième activité

Résoudre des équations simples.

Compétences disciplinaires :

1. **Lire et interpréter des équations simples à une seule variable;**
2. **Trouver la valeur du terme manquant dans une équation simple;**
3. **Compléter une égalité dans laquelle sont représentés des entiers relatifs.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une trentaine de jetons ;
- une reproduction de la planche à calculer de la fiche 6.

Problème 4

Au tableau tracez :

+	3	y	z
−	x	2	1
	+1	–1	0

Première période : $+3 - x = +1$
Deuxième période : $+y - 2 = -1$
Troisième période : $+z - 1 = 0$

Dites aux élèves que le x est un nombre caché. En montrant $+3 - x = +1$, dites-leur que vous avez des indices pour trouver ce nombre : l'équipe des + a marqué 3 buts et a gagné la première période par 1 but.

Laissez vos élèves suggérer la valeur de x et remplacer x par les nombres suggérés afin de trouver lequel s'est déguisé en x.

> **Note :** Évitez d'enseigner aux élèves à isoler le x pour en trouver la valeur. Cela sera pertinent plus tard, lorsque les équations seront plus complexes.

Procédez de la même façon pour y et z.

Problème 5

Voici d'autres cas à proposer et à résoudre comme au problème 4.

a) Première période : $+x -3 = +1$
Deuxième période : $+2 -y = 0$
Troisième période : $+4 -z = -2$

b) Première période : $-x +3 = -2$
Deuxième période : $-4 +y = -1$
Troisième période : $-3 +z = +2$

c) Première période : $+4 - x = +1$
Deuxième période : $-3 +y = 0$
Troisième période : $+z -2 = -2$

d) Première période : $-x +2 = -1$
Deuxième période : $+y -3 = +3$
Troisième période : $-z +2 = 0$

e) Première période : $+3 -x = -2$
Deuxième période : $-4 +y = -1$
Troisième période : $+2 -Z = -1$

Problème 6

Au tableau, tracez :

+	2	4	2
−	3	1	3

Demandez d'abord quelle équipe a gagné chacune des périodes et par combien de buts. Notez les réponses sous le tableau comme suit :

+	2	4	2
−	3	1	3
	−1	+3	−1

Demandez maintenant qui a gagné la partie et par combien de buts. Complétez ensuite l'égalité comme suit : $-1 +3 -1 = +1$.

Procédez de la même façon avec :

a)

+	2	5	1
−	6	8	0

b)

+	8	4	6
−	3	9	4

c)

+	7	2	6
−	1	9	2

d)

+	0	9	5
−	7	6	9

e)

+	3	4	0
−	9	0	6

f)

+	7	5	3
−	4	5	6

g)

+	6	8	2
−	9	8	0

h)

+	4	3	8
−	4	7	4

j)

+	3	7	9
−	9	1	7

j)

+	3	9	3
−	6	7	0

Troisième activité

Construire des équivalences.

Compétences disciplinaires :

1. **Transformer des quantités en quantités équivalentes exprimées en unités différentes.**
2. **Comparer des quantités exprimées en unités différentes.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une planche à calculer (Fiche 6);
- une réglette rose, trois réglettes rouges et sept réglettes blanches;
- une réglette vert foncé (6 cm), 3 réglettes vert clair (3 cm) et 10 réglettes blanches (1 cm);
- une trentaine de jetons.

<u>Problème 7</u>

Au tableau, tracez :

	⊞	⊟	□
+	3	1	1
−	2	1	2

Dites aux élèves que cette fois, il ne s'agit pas des buts marqués lors d'une partie de hockey, mais de morceaux de chocolat destinés à la collation de chacune des deux équipes.

Commencez par demander aux élèves de vous dire quelle équipe mangera le plus de chocolat. Ne parlez pas des dessins situés en haut de chaque colonne.

> **<u>Note</u>** : Certains élèves ne considérant que les nombres croiront que les deux équipes ont reçu des collations équivalentes. Tant mieux, ces élèves se rappelleront davantage de la surprise qui les attend.

Si personne ne l'a mentionné avant ou si personne n'a questionné sur les dessins situés en haut des colonnes, précisez-les maintenant.

- Dans la première colonne, les morceaux de chocolat sont formés de 4 petits carrés. L’équipe des + a reçu 3 morceaux de 4 carrés et l’équipe des – a reçu 2 morceaux de 4 carrés.
- Dans la deuxième colonne, les morceaux de chocolat sont formés de 2 petits carrés. L’équipe des + a reçu 1 de ces morceaux et l’équipe des – en a reçu 1 aussi.
- Dans la troisième colonne, les morceaux de chocolat sont formés d’un seul petit carré. L’équipe des + a reçu 1 de ces morceaux et l’équipe des – en a reçu 2.

Demandez aux élèves s’ils croient maintenant qu’une équipe a mangé plus de chocolat que l’autre. Laissez-les discuter et justifier leur point de vue.

Note : Il y a principalement deux façons de solutionner ce problème qui prépare les élèves à comprendre le groupement en dizaines.
- Les élèves peuvent trouver d’abord qu’elle équipe reçoit le plus de morceaux de chocolat de la même grandeur (donc qui en a le plus par colonne et combien de plus). Ensuite, ils peuvent transformer le grand morceau de l’équipe des + en 4 petits carrés de la première colonne et comparer. Ils peuvent aussi comparer directement le grand morceau au petit.
- Les élèves peuvent d’abord effectuer des transformations, par exemple tout placer sous la forme de petits carrés isolés dans la première colonne.

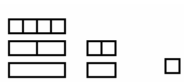
De toute façon, ce qui est recherché ici est justement cette transformation d’une grandeur à une autre.
IMPORTANT : La réponse finale n’a pas a être exprimée au moyen d’une seule sorte de morceaux.

Problème 8

Reprenez l’activité du problème 7, mais cette fois, chaque élève aura la planche à calculer (Fiche 6), une réglette rose, trois réglettes rouges et sept réglettes blanches ainsi qu’une trentaine de jetons.

Demandez aux élèves de placer la réglette rose au-dessus de la colonne de gauche, une réglette rouge au-dessus de la colonne du centre et une réglette blanche au-dessus de la colonne de droite.

Demandez-leur ensuite d’utiliser leurs autres réglettes pour montrer les équivalences entre les réglettes.



+	3	0	3
−	1	4	3

Voici ce qu’ils devraient obtenir.

Tracez au tableau ce qui précède en incluant les nombres.

Demandez aux élèves de placer sur leurs planches le nombre de jetons indiqué pour chaque case de la planche.

Vérifier s'il n'y a pas d'erreurs avant de demander aux élèves de trouver quelle équipe a reçu le plus de matériel. (Vous pouvez choisir un thème quelconque.)

Laisser-les travailler et justifier leurs solutions. N'encouragez pas une procédure plutôt qu'une autre parmi celles qui aboutissent à la bonne réponse.

<u>Problème 9</u>

Procédez de la même façon qu'au problème 8 avec les mêmes réglettes.

a)	+	3	1	4	b)	+	0	0	7
	−	1	3	4		−	1	1	1
c)	+	4	4	4	d)	+	1	2	3
	−	6	1	3		−	3	2	1
e)	+	3	2	1	f)	+	8	9	0
	−	3	1	2		−	7	8	5

Continuez au besoin. N'utilisez aucun symbolisme pour traduire ces problèmes ou leurs solutions.

<u>Problème 10</u>

Même façon de faire que pour les problèmes 8 et 9. Cette fois cependant, utilisez les réglettes vert foncé (6 cm), vert clair (3 cm) et blanches (1 cm).

Cas suggérés.

a)	+	2	3	1	b)	+	1	1	1
	−	1	0	5		−	0	3	0
c)	+	1	2	3	d)	+	6	9	3
	−	2	2	2		−	8	2	8
e)	+	0	0	9	f)	+	9	8	7
	−	1	1	0		−	8	9	9

Quatrième activité

Se familiariser avec les valeurs relatives des pièces de monnaie.

Compétences disciplinaires :

1. **Établir les valeurs relatives des pièces de monnaie courantes;**
2. **Modifier la représentation d'un montant d'argent en une représentation équivalente utilisant un assemblage différent de pièces de monnaie;**
3. **Déterminer si une somme d'argent est suffisante pour effectuer un achat.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une réglette orange, 6 réglettes bleues et 16 réglettes blanches;
- environ quarante jetons;
- un carré de carton mesurant 10 cm sur 10 cm.

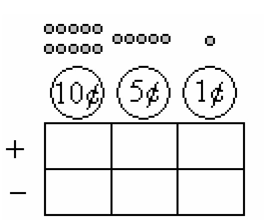
<u>Problème 11</u>

Nous allons continuer à développer l'équivalence numérique. Cette fois, il faudra trouver quelle équipe possède le plus d'argent. Demandez aux élèves quelles sont les pièces de monnaie qu'ils connaissent. Attardez-vous par la suite aux pièces de 10 cents, 5 cents et 1 cents.

Demandez aux élèves si ces pièces ont la même valeur. Vérifiez s'ils savent qu'un 10¢ vaut deux 5¢ ou dix pièces de 1¢.

Remettez à chaque élève une réglette orange, 3 réglettes bleues et 16 réglettes blanches. Associez le 10¢ à la réglette orange (10 cm), le 5¢ à la réglette bleue (5 cm) et le 1¢ à la réglette blanche. Demandez-leur de vérifier si ces associations sont correctes.

Au tableau, dessinez :



Vos élèves prennent leur planche à calculer et remplacent les trois pièces de monnaie par les trois réglettes équivalentes. De plus, ils utilisent les autres réglettes qu'ils ont reçues pour illustrer les diverses équivalences, tout comme dans le problème 8 de la troisième activité.

Demandez-leur maintenant quelle équipe possède le plus d'argent dans les cas suivants.

a)

+	2	0	0
−	1	1	5

b)

+	3	2	1
−	1	2	3

Notes :

1. Ne symbolisez ni les résultats ni les solutions.
2. Demandez aux élèves de donner leurs réponses en utilisant le moins de pièces. Exemple en (b) : un 10¢, un 5¢ et trois 1¢ pour l'équipe des +.

c)

+	6	8	5
−	8	4	7

d)

+	6	0	0
−	0	9	9

e)

+	2	4	6
−	1	5	1

f)

+	2	2	2
−	3	0	2

Problème 12

Tout comme au problème 11, nous allons travailler avec les pièces de monnaie. Cette fois, nous utiliserons les pièces de 25¢, de 5¢ et de 1¢ tout en introduisant un mode de symbolisation utile.

a) Écrivez (+4 –5) 25¢ + (-3 +1) 5¢ + (5 –1) 1¢.

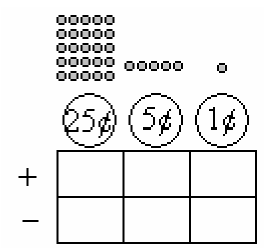
Mentionnez aux élèves que cette façon d'écrire réduit le texte qu'il faudrait pour décrire le problème avec les mots de la langue française.

Mentionnez aux élèves que cette fois, l'équipe des + et l'équipe des – ont reçu des pièces de 25¢, de 5¢ et de 1¢. L'expression (+4 –5) 25¢ signifie donc que l'équipe des + a reçu 4 pièces de 25¢ et que l'équipe des – en a reçu 5.

Demandez-leur ce que signifient les expressions : (-3 +1) 5¢ et (5 –1) 1¢. Mentionnez que, pour réduire les expressions mathématiques, les mathématiciens ont décidé qu'il n'est pas nécessaire d'écrire le symbole + lorsqu'il n'est pas précédé d'un autre nombre d'où : (5 –1) = (+5 –1).

Procédez comme suit avant de demander aux élèves de trouver ce que représente l'expression : (+4 –5) 25¢ + (-3 +1) 5¢ + (5 –1) 1¢.

Au tableau, dessinez :



Invitez les élèves à placer au-dessus de leur planche à calculer : 5 réglettes bleues au lieu des 25 jetons que vous avez dessinés, une réglette bleue à la place des 5 jetons qui montrent la valeur du 5¢ et une réglette blanche pour remplacer la pièce de 1¢.

Demandez aux élèves de représenter sur leur planche à calculer, avec leurs jetons, l'expression (+4 –5) 25¢ + (-3 +1) 5¢ + (5 –1) 1¢.

Demandez aux élèves de simplifier ce qu'ils ont sur leur planche à calculer avant de faire des échanges pour savoir quelle équipe possède le plus d'argent.

En procédant de la même façon, demandez ensuite aux élèves de trouver ce que représentent :

b) (-4 +6) 25¢ + (-3 +1) 5¢ + (+3 –8) 1¢
c) (-2) 25¢ + (6) 5¢ + (+9 –4) 1¢
d) (-1 +6) 25¢ + (-4 +1) 25¢ + (+2 –4) 25¢
e) (+9 -0) 1¢ + (+8 –1) 1¢ + (+2 –4) 5¢

Solutions

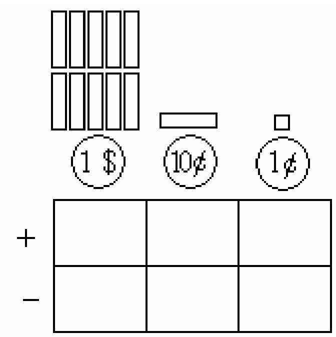
a) –31¢ qui peuvent être représentées de plusieurs façons, la plus simple étant de placer une pièce de chaque sorte dans la région de l'équipe des moins.
b) 35¢
c) –15¢
d) 0
e) 6¢

<u>Problème 13</u>

Cette fois, nous allons utiliser des pièces de 1 $, 10¢ et 1¢. De plus, nous allons présenter les problèmes au moyen de thèmes.

a) Tu possèdes 8 (1 \$) + 4 (10¢) + 5 (1¢) et tu désires te procurer une calculette qui coûte 5 (1 \$) + 9 (10¢) + 5 (1¢). Comment peux-tu trouver si tu as assez d'argent et combien il te restera en utilisant ta planche à calculer ?

Au tableau dessinez :



Montrez à vos élèves que le carré de carton est équivalent à 10 réglettes orange et à 100 réglettes blanches.

Laissez les élèves vous mentionner leurs idées. S'ils n'y pensent pas, proposez de confier à l'équipe des + l'argent que les élèves possèdent et à l'équipe des – la somme qu'il faut pour acheter cette calculette. **Solution** : Il restera 2,46 \$.

Procédez comme en (a) avec les données suivantes que vous illustrerez avec un thème de votre choix.

Écrivez au long, comme plus haut, chaque somme d'argent. Le tableau qui suit ne décompose pas ces sommes pour des raisons de concision.

Argent de poche	**Achat**	**Reste ou déficit**
a) 7,00 \$	4,25 \$	+2,75 \$
b) 5,00 \$	6,80 \$	-1,80 \$
c) 9,00 \$	2 achats de 3,60 \$ chacun	+1,80 \$
d) 10,45 \$	4,21 \$ et 6,15 \$	+ 9¢

Cinquième activité

Modifier les valeurs représentées par les colonnes de la planche à calculer.

Compétences disciplinaires :

1. **Une unité de longueur servant d'unité, déterminer la valeur de longueurs qui en sont des multiples ou des fractions;**
2. **Transformer des quantités afin de résoudre des additions et des soustractions;**
3. **Additionner et soustraire des fractions simples;**
4. **Interpréter des expressions mathématiques où figurent des parenthèses.**

Matériel :

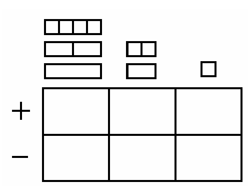
Pour chaque élève :

- une planche à calculer;
- une réglette rose, 3 réglettes rouges et 7 réglettes blanches,
- une trentaine de jetons.

Problème 14

Cette fois, nous jouerons avec la valeur relative des diverses positions de la planche à calculer.

Au tableau, dessinez :

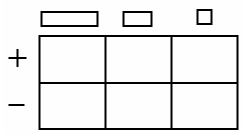


Demandez aux élèves :

- Si le petit carré qui est à droite représente un gâteau, que représente la réglette rouge qui est au centre ? (**Solution** : 2 gâteaux ou 1 gâteau deux fois plus grand.)
- Et la réglette rose qui est à gauche ? (**Solution** : 4 petits gâteaux ou 2 gâteaux « moyens » ou 1 grand gâteau).

Note : « Un gâteau » n'étant pas une unité de mesure précise, la discussion qui suit vise à faire constater à l'élève qu'il faut se choisir une unité et l'utiliser comme référence par la suite. Mais il faut aussi faire ressortir que l'unité peut être n'importe laquelle des réglettes.

Au tableau, dessinez :



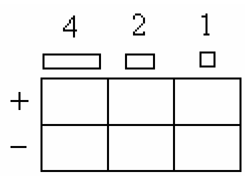
Demandez à un élève de prendre dans sa boîte de réglettes une réglette pour représenter un gâteau parmi ceux dessinés au tableau. Quelle que soit la réglette que l'élève prendra, dites que vous vouliez un gâteau plus grand (ou plus petit selon ce que l'élève aura choisi).

Reprenez ce manège deux ou trois fois avec les élèves. Il deviendra ainsi évident qu'une unité de référence est nécessaire.

Demandez aux élèves :

- Si le petit cube représente un gâteau, que représente la réglette rouge ? (**Solution** : 2 gâteaux .)

  Au-dessus du petit cube, écrivez 1 et écrivez 2 au-dessus de la réglette rouge. Demandez-leur maintenant ce que représente alors la réglette rose. (**Solution** : 4 gâteaux.) Écrivez 4 au-dessus de la réglette rose. Vous avez donc au tableau :

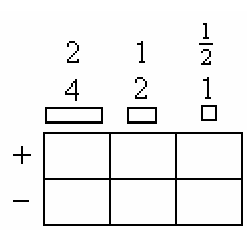


  Dites aux élèves que rien ne les empêche évidemment de convenir que c'est la réglette rouge qui représente un vrai gâteau, c'est-à-dire l'unité de référence. Écrivez 1 au-dessus de la réglette rouge sans effacer ce qui est déjà écrit.

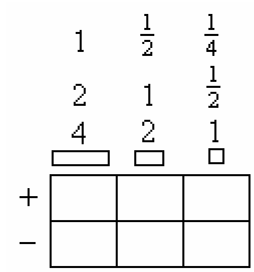
  Demandez aux élèves ce que représente alors la réglette rose ? (**Solution** : 2 gâteaux ou 2 unités.) Utilisez le mot « unité » régulièrement désormais et écrivez 2 au-dessus de la réglette rose.

  Demandez aux élèves ce que représente maintenant la réglette blanche. (**Solution** : un demi-gâteau.) Au-dessus de la réglette blanche, écrivez ½. Commentez cette fraction en disant « On a coupé un gâteau en 2, alors j'écris $\frac{\;}{2}$, le trait, c'est comme la marque du couteau et le 2 parce qu'on a fait 2 morceaux. Et puis, comme on a pris seulement 1 morceau alors, j'écris 1. » Vous aurez donc noté ½.

  Au tableau, vous avez alors :



Il reste à désigner la réglette rose comme unité et à demander aux élèves ce que représente alors la réglette rouge (**Solution** : ½) et la blanche (**Solution** :¼). Complétez le tableau comme suit :

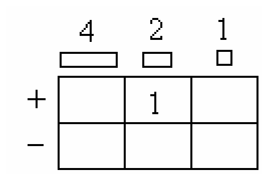


Problème 15

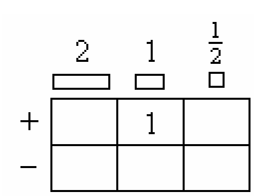
Mentionnez aux élèves que, pour ce problème, la réglette blanche représente l'unité. Entourez la ligne où figurent les nombres 4, 2 et 1 au-dessus de la planche à calculer dessinée au tableau et demandez aux élèves de trouver quelle équipe obtient le plus d'unités si ce que chaque équipe a obtenu est représenté par 4 (+2 –3) + 2 (+5-1) + 1 (-2).

Au besoin mentionnez que 4 (+2 –3) signifie que les + ont obtenu 2 morceaux valant 4 unités alors que les – en ont obtenu 3.

Laissez les élèves trouver quelle équipe obtient le plus et, notez le résultat dans un tableau comme suit écrit en retrait.



Écrivez cette fois 2 (+2 –3) + 1 (+5 –1) + ½ (-2). Mentionnez aux élèves que cette fois la réglette rouge sera l'unité. Entourez la ligne qui est au-dessus de la planche à calculer et où figurent les nombres 2, 1, ½. Laissez les élèves résoudre ce problème. Lorsque la solution aura été trouvée, notez-la sous le tableau où figure la réponse du problème précédent. Vous aurez donc :



Enfin, écrivez 1 (+2 –3) + ½ (+5 –1) + ¼(-2) et procédez comme pour les deux problèmes précédents.

Terminez en faisant remarquer que les trois tableaux où figurent les réponses sont identiques, que seules les unités ont changé.

Problème 16

En utilisant le même tableau qu'au problème 15, demandez aux élèves de résoudre.¸

a) 4 (–2 +1) + 2 (–5 +4) + 1 (–1+7)
b) 2 (+3 –1) + 1 (–4 +2) + ½(0 –3)
c) 1 (4 –6) + ½(–3 +2) + ¼ (+5 –1)

Notez les **solutions** comme suit :

d) 4 (–2 +1) + 2 (–5 +4) + 1 (–1+7) = 0
e) 2 (+3 –1) + 1 (–4 +2) + ½(0 –3) = ½(+1)
f) 1 (4 –6) + ½(–3 +2) + ¼ (+5 –1) = 1 (–1) + ½(–1)

Problème 17

Avec les mêmes références que précédemment, demandez aux élèves de résoudre :

a) +1 –½
Expliquez que l'équipe des + a reçu 1 unité et que l'équipe des – a reçu ½ unité. Quelle équipe a reçu le plus. (**Solution** : notez +1 –½ = +½)
b) –1 +½ +¼ (**Solution** : –1 +½ +¼ = –¼)
c) –2 + 3 (+½) (**Solution** : –2 + 3 (+½) = –½)
d) +1 +¼ +3 (–½) (Solution : +1 +¼ +3 (–½) = –¼)
e) +3 +½ –4 (Solution : +3 +½ –4 = –½)

Sixième activité

Addition et soustraction de nombres algébriques.

Compétences disciplinaires :

1. **Interpréter des expressions algébriques où figurent des additions et des soustractions;**
2. **Simplifier des expressions algébriques où figurent des additions et des soustractions.**

Problème 18

Rappelez à vos élèves que finalement, il y a beaucoup de choses que peuvent représenter les nombres ou les jetons sur la planche à calculer. Ainsi, il y a eu des morceaux de chocolat, des pièces de monnaie et des gâteaux.

Mentionnez aux élèves qu'au problème 16, ils ont pu constater que de toute façon, on peut changer l'unité, mais il faut toujours procéder de la même façon.

Mentionnez-leur maintenant que vous avec décidé de leur donner des problèmes qui ne sont faits qu'au secondaire habituellement mais qu'ils sont peut-être capables de résoudre. Au tableau, dessinez :

	x	y	z
+			
–			

Mentionnez que vous allez appeler x ce qu'il y a dans la première colonne et écrivez $+3x -5x$ en commentant que l'équipe des + a obtenu 3x alors que l'équipe des – en a obtenu 5. Continuez à écrire $+1y -2y$ en commentant comme précédemment pour les x. Vous avez donc écrit
$+3x -5x +1y -2y$ ajoutez $+4z -1z$ en commentant également comme précédemment.

Demandez aux élèves quelle équipe a obtenu le plus de x, puis de y et enfin de z. Notez progressivement leurs réponses comme suit : $+3x -5x +1y -2y +4z -1z = -2x -1y +3z$.

Demandez maintenant aux élèves s'ils peuvent dire quelle équipe a obtenu le plus. Laissez-les discuter. S'ils ne parviennent pas à mentionner que, sans connaître ce que sont les x, y et z, il n'est pas possible de savoir qui a obtenu le plus, mentionnez-leur d'abord qu'il s'agissait de buts comptés dans chaque période d'une partie de hockey. (**Solution** : partie nulle, 3 buts par équipe.)

Par la suite demandez-leur ce qui se produirait si chaque x représentait un 10¢, chaque y représentait 1¢ et chaque z représentait un 5¢. (**Solution** : –20¢ –1¢ +15¢ = –6¢)

Note : y peut valoir moins que z, comme il peut être égal à z.

Enfin, mentionnez-leur que x est égal à 1, que y = 0 et que z = – ½. (**Solution** : – ½)

Problème 19

Demandez aux élèves de simplifier les expressions suivantes comme au problème 18. Cette fois, personne ne connaît la valeur de x, de y et de z.

a) $-3x +4y -2z +5z =$
b) $+2x -4x -6y +5y +4z -1y =$
c) $+4x +5y +6z -3x -7y -6z =$
d) $-5z +6y -3x -2x -4y =$
e) $-3x +5x +4y +3y - 2z -3z =$

Solutions

a) $-3x +4y -2z +5z = -3x +4y +3z$
b) $+2x -4x -6y +5y +4z -1y = -2x -1y +3z$
c) $+4x +5y +6z -3x -7y -6z = +1x -2y$
d) $-5z +6y -3x -2x -4y = -5x +2y -5z$
e) $-3x +5x +4y +3y -2z -3z = +2x +7y -5z$

<u>Septième activité</u>

Soustraction au moyen d’entiers relatifs.

Compétences disciplinaires :

1. **Soustraire de gauche à droite, en utilisant les entiers relatifs;**
2. **Soustraire de gauche à droite en tenant compte de l’emprunt anticipé.**

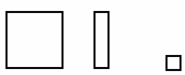
Matériel :

Pour chaque élève :

- une cinquantaine de jetons,
- une planche à calculer à six régions.

<u>Problème 20</u>

Au tableau dessinez :



	c	d	u
+	3	4	5
−	1	6	4

Vos élèves sont probablement déjà familiers avec la numération décimale. Cette activité leur permettra d’additionner et de soustraire de tels nombres.

Au besoin mentionnez que le tableau représente +3c +4d +5u –1c –6d –4u et demandez à vos élèves de résoudre ce problème.

<u>Problème 21</u>

Proposez à vos élèves d’effectuer les calculs qui suivent. Ils devront procéder de différentes façons, selon vos demandes. Donnez-leur donc la procédure suivante pour cette première série.

1. Placer les jetons pour montrer ce que possèdent les + et les – dans chaque colonne.
2. Éliminer dans chaque colonne les jetons qui s’annulent.
3. Noter sous chaque colonne le résultat.
4. Faire les échanges nécessaires en procédant de la gauche vers la droite.
5. Éliminer les jetons qui s’annulent dans chaque colonne.
6. Noter le résultat.

En guise d’exemple :

1.

	c	d	u
+	4	0	1
−	1	4	8

2.

	c	d	u
+	3		
−		4	7

3.

	c	d	u
+	3		
−		4	7
	3	-4	-7

4.

	c	d	u
+	2	10	
−		4	7
	3	-4	-7

puis

	c	d	u
+	2	9	10
−		4	7
	3	-4	-7

5.

	c	d	u
+	2	5	3
−			
	3	-4	-7

6. 2 5 3

Vérifiez si 300 – 40 – 7 = 253.

Voici les cas à proposer.

a) 532 – 428
b) 654 – 182
c) 340 – 164
d) 800 – 356
e) 425 – 648
f) 352 – 431
g) 512 – 557
h) 734 – 421 – 296

Solutions

a) 104
b) 472
c) 176
d) 444
e) –223
f) –79
g) –45
h) 17

<u>Problème 22</u>

Cette fois, vous aller soustraire avec les symboles et les élèves devront faire en parallèle la même chose sur leur planche à calculer.
Écrivez

```
  3   4   5
-1   6   8
  2 -2 -3
  1   8 -3
  1   7  7
```

Commentez votre travail comme suit :

+ 3 c – 1 c = + 2 c

+ 4 d – 6 d = –2 d

+5 u – 8 u = –3 u

J’ai donc + 2 c –2 d –3 u

Je garde une centaine, l’autre centaine devient 10 dizaines et + 10 d – 2 d = 8 d que j’écris.
Ensuite, je garde 7 dizaines et l’autre dizaine est remplacée par 10 unités. J’ai donc +10 u –3 u = 7 u que j’écris. La réponse est donc 177.

Procédez de la même façon pour deux ou trois autres problèmes en vous assurant que vos élèves comprennent bien le sens de ce que vous notez en l’associant au travail sur la planche à calculer.

Cas suggérés :

a) 725 – 341
b) 604 – 157
c) 400 – 127

<u>Problème 23</u>

Demandez aux élèves de soustraire comme vous l’avez fait au numéro 22. Attention de ne pas dévaloriser le travail concret. Dites à vos élèves quelque chose comme : « Vous savez calculer en utilisant seulement vos jetons et votre planche à calculer. Voyons si vous pouvez aussi calculer en utilisant seulement les chiffres. »

Proposez les cas suivants et assurez-vous que les élèves les comprennent.

Les cas suggérés sont donnés avec les calculs à effectuer :

a)
$$\begin{array}{rrrr} & 3 & 3 & 7 \\ - & \underline{1} & \underline{4} & \underline{5} \\ & 2 & -1 & 2 \\ & 1 & 9 & 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrr} & 6 & 3 & 4 \\ - & \underline{2} & \underline{1} & \underline{8} \\ & 4 & 2 & -4 \\ & 4 & 1 & 6 \end{array}$$

> **<u>Note</u>** : Rappelez au besoin que le signe + est facultatif.

c)
$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 4 & 6 \\ - & \underline{} & \underline{7} & \underline{9} \\ & 1 & -3 & -3 \\ & & 7 & -3 \\ & & 6 & 7 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rrrr} & 3 & 5 & 0 \\ - & \underline{1} & \underline{8} & \underline{2} \\ & 2 & -3 & -2 \\ & 1 & 7 & -2 \\ & 1 & 6 & 8 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{rrrr} & 9 & 1 & 6 \\ - & \underline{3} & \underline{4} & \underline{7} \\ & 6 & -3 & -1 \\ & 5 & 7 & -1 \\ & 5 & 6 & 9 \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{rrrr} & 8 & 0 & 0 \\ - & \underline{1} & \underline{3} & \underline{9} \\ & 7 & -3 & -9 \\ & 6 & 7 & -9 \\ & 6 & 6 & 1 \end{array}$$

<u>Problème 24</u>

Cette fois, les élèves tenteront d'écrire directement la réponse, de gauche à droite, sans écrire les nombres négatifs.

Proposez :

$$\begin{array}{rrrr} & 8 & 4 & 3 \\ - & \underline{2} & \underline{1} & \underline{6} \end{array}$$

Demandez aux élèves ce que donne 8 c – 2 c. Demandez-leur s'ils pensent que le 6 devra être changé ou s'il sera conservé jusqu'à la fin.

> **<u>Note</u>** : En fait il suffit de constater que dans la colonne des dizaines, l'équipe des + en a suffisamment pour annuler ceux de l'équipe des – pour être certain qu'il n'y aura pas lieu de changer une centaine en dizaines.

Lorsque les élèves auront compris, écrivez 6 sous le 2.

Considérez maintenant +4 d –1 d = +3 d et demandez aux élèves si vous pouvez écrire 3 ou s'il faudra changer une dizaine en unités.

Assurez-vous que les élèves «voient venir l'emprunt ou la transformation» avant d'écrire 2 sous le1.

Demandez aux élèves combien l'équipe des + dispose d'unités. (**Solution** : 13 et non 3 car 1 dizaine a été enlevée des 3 dizaines pour n'en conserver que 2.) Terminez la soustraction : 13 – 6 = 7, d'où 843 – 216 = 627.

<u>Problème 25</u>

Proposez d'autres soustractions en demandant aux élèves de les résoudre comme au problème 24. S'il est trop tôt, effectuez-en encore deux ou trois collectivement.

Cas suggérés :

a) 435 – 117
b) 647 – 263
c) 768 – 289
d) 600 – 126
e) 145 – 87

Continuez au besoin.

<u>Huitième activité</u>

Soustraction par emprunts.

Compétence disciplinaire :

1. **Soustraire de gauche à droite, en utilisant les emprunts.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une cinquantaine de jetons,
- une planche à calculer à six régions.

<u>Problème 26</u>

L'algorithme de soustraction qui suit n'est pas aussi efficace que le précédent, mais il est très rentable que les élèves constatent qu'ils peuvent calculer de diverses façons.

La procédure que les élèves devront respecter cette fois est la suivante.

1. Placer les jetons sur la planche pour illustrer le calcul à effectuer.
2. Vérifier si c'est la même équipe qui gagne dans toutes les colonnes.
3. - Si c'est la même équipe, effectuer le calcul.
   - Si ce n'est pas la même équipe, effectuer les changements en procédant de gauche à droite afin que la même équipe gagne dans chaque colonne.
4. Effectuer les calculs et notez le résultat.

Premier exemple :

+	5	2	3
−	1	5	7

devient

+	4	12	3
−	1	5	7

puis

+	4	11	13
−	1	5	7
et	+3	6	6

Deuxième exemple :

+	4	3	8
−	6	1	0

devient

+	4	3	8
−	5	11	0

puis

+	4	3	8
−	5	10	10
et	−1	−7	−2

<u>Notes :</u>

1. Mentionnez aux élèves qu'on peut écrire –172 au lieu de –1 –7 –2 car nous savons que l'équipe des – gagne par 1 c +7 d +2 u donc par 172 unités.
2. Ne croyez pas que le fait d'étudier divers algorithmes mêlera l'élève. Sa compréhension de l'image mentale utilisée depuis le début de cette partie constitue son guide pour chaque problème. Il est certain que de n'apprendre qu'un seul algorithme va plus rapidement au début, mais l'apprentissage, même sous la forme d'un survol rapide, de plusieurs algorithmes comporte beaucoup plus d'avantages :
   - l'élève perçoit qu'il existe plusieurs possibilités, donc que calculer est une activité où la souplesse est présente et permise ;
   - l'élève perçoit que chaque algorithme écrit correspond à un ensemble de calculs concrets ;
   - l'élève perçoit que chaque partie d'un calcul est justifiable ;
   - l'élève a la possibilité de choisir l'algorithme qu'il utilisera le plus souvent et de développer de la rapidité avec cet algorithme.

   Ajoutons qu'en calcul mental, le calcul de gauche à droite est le plus facile. Cela est aussi vrai en calcul écrit à moins d'avoir développé des habitudes inverses.

Proposez donc aux élèves les deux soustractions présentées plus haut.

Problème 27

Reprise de l’algorithme du problème 26, mais par écrit cette fois. Voici un exemple accompagné des commentaires que vous direz en notant les étapes du calcul.

$$\begin{array}{rrr} 4 & 5 & 3 \\ -1 & 8 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \text{devient} \quad \begin{array}{rrr} 3 & 15 & 3 \\ \cancel{4} & \cancel{5} & \cancel{3} \\ -1 & 8 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Commentez :

- Je remplace une centaine par 10 dizaines. Il me reste 3 centaines et 15 dizaines.

$$\begin{array}{rrr} 3 & 14 & 13 \\ \cancel{5} & \cancel{15} & \cancel{3} \\ \cancel{4} & \cancel{5} & \cancel{3} \\ -1 & 8 & 5 \\ \hline 2 & 6 & 8 \end{array}$$

- Je remplace une dizaine par 10 unités. Il me reste 14 dizaines et 13 unités. Je peux maintenant trouver ce qui reste à l’équipe des + en enlevant 185. D’où 453 – 185 = 268.

Reprenez la même démarche avec quelques autres exemples tels :

a) 817 – 283
b) 635 – 218
c) 436 – 159

Problème 28

Reprise de l’algorithme des problèmes 26 et 27, mais en anticipant les transformations, ce qui permet de diminuer le nombre de symboles à écrire et à raturer. Écrivez au tableau :

$$\begin{array}{rrr} 6 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & 9 \\ \hline \end{array} \quad \text{ensuite} \quad \begin{array}{rrr} {\scriptstyle 5} & {\scriptstyle 1} & \\ 6 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & 9 \\ \hline \end{array}$$

Commentez :

- Je garde 5 centaines et je remplace une centaine par 10 dizaines.

$$\begin{array}{rrr} {\scriptstyle 5} & {\scriptstyle 12} & {\scriptstyle 1} \\ 6 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & 9 \\ \hline \end{array}$$

- J’ai maintenant 13 dizaines, mais j’en garde 12 et je remplace une dizaine par 10 unités.

5 12 14

$$\begin{array}{r} 6\ 3\ 4 \\ \underline{-\ 2\ 5\ 9} \end{array}$$

- J’ai maintenant 14 unités et l’équipe des + gagne dans chaque colonne. Il me reste à calculer par combien… 375. Donc, 634 – 259 = 375.

Proposez deux ou trois autres exemples. Ce n’est pas important que vos élèves soient à l’aise avec chaque algorithme, mais ils devraient comprendre ce qui se passe à chaque étape.

Problème 29

Demandez aux élèves d’utiliser l’algorithme du problème 28 pour résoudre :

a) 764 – 127
b) 805 – 142
c) 524 – 159
d) 600 – 83

Neuvième activité

Soustraction par compensation.

Compétence disciplinaire :

1. **Soustraire de gauche à droite, en utilisant la compensation.**

Matériel :

Pour chaque élève :

- une cinquantaine de jetons,
- une planche à calculer à six régions.

Problème 30

Voici l'algorithme courant en France. Il est facile à comprendre avec la planche à calculer et permet lui aussi de développer une souplesse souhaitable en calcul.

Tracez au tableau :

+	6	1	2
−	2	4	9

Ajoutez ensuite 10 dizaines à l'équipe des + et compensez en ajoutant 1 centaine à l'équipe des –. Donc, vous obtenez :

+	6	11	2
−	3	4	9

Commentez :

- Maintenant, l'équipe des + a assez de dizaines pour annuler celles de l'équipe des –. Mais comme j'ai ajouté 10 dizaines à l'équipe des +, il faut que j'ajoute 10 dizaines à l'équipe des – sinon ce n'est pas juste. Mais 10 dizaines, c'est une centaine, alors au lieu d'ajouter 10 dizaines à l'équipe des –, je leur ajoute 1 centaine.

Ensuite, continuez en changeant votre tableau comme suit :

+	6	11	12
–	3	5	9
	3	6	3

- Cette fois, j'ai ajouté 10 unités à l'équipe des + et 1 dizaine à l'équipe des –. Je peux maintenant calculer. J'obtiens 363. Donc 612 – 249 = 363.

Reprenez cet algorithme avec deux ou trois autres soustractions.

Problème 31

Cette fois, vous allez montrer aux élèves comment noter l'algorithme français. Écrivez :

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 5 \\ -\ 1\ 6\ 8 \\ \hline \end{array}$$

puis $$\begin{array}{r} 4\ {}^{1}3\ 5 \\ -\ \underset{1}{1}\ 6\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Rappelez pour quelles raisons vous ajoutez ces deux chiffres 1. Continuez en notant :

$$\begin{array}{r} 4\ {}^{1}3\ {}^{1}5 \\ -\ \underset{1}{1}\ \underset{1}{6}\ 8 \\ \hline 2\ 6\ 7 \end{array}$$

Et calculez :

Puisque 4 – 1 – 1 = 2
13 – 6 – 1 = 6
et 15 – 8 = 7.

Problème 32

Demandez à vos élèves d'effectuer quelques soustractions avec l'algorithme français.

Cas suggérés :

a) 853 – 227
b) 719 – 444
c) 612 – 257
d) 800 – 239
e) 235 – 86

Problème 33

Reprenez maintenant les trois algorithmes de soustraction en utilisant les mêmes nombres. Au tableau, tracez :

$$\begin{array}{cccc} & 8 & 1 & 2 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ \hline & 6 & 6 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 7} & {\scriptstyle 10} & {\scriptstyle 12} \\ & 8 & 1 & 2 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ \hline & 6 & 6 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 8 & {}^{1}1 & {}^{1}2 \\ - & 1 & 4 & 5 \\ & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ \hline & 6 & 6 & 7 \end{array}$$

Discutez avec vos élèves de ces trois algorithmes. Dites-leur qu'il en existe d'autres et que d'ailleurs, leurs parents en ont sans doute appris un autre. Faites ressortir le fait que, de toute façon, la réponse est toujours la même.

Demandez-leur de choisir l'algorithme qu'ils préfèrent en leur demandant d'expliquer leur choix. Annoncez-leur que désormais, ils ou elles pourront prendre l'algorithme de leur choix.

